



La figure de Reim

AVANT-PROPOS

Comprendre l'origine et la filiation des idées et des mots...

UNE INSPIRATION A LA FOIS SIMPLE ET PUISSANTE

Ce modelé personnel¹ est né à partir d'une idée, voire d'une inspiration...

Il y a une vingtaine d'années, mon beau-père connaissant ma passion pour la Géométrie, m'invitait à compulsier un cahier de notes de cours écrits par Anton Reim, un ancêtre de mon épouse, qui enseignait les mathématiques dans le nord de la Bohême.

Comme attiré par un mystérieux appel, j'ouvrais ce cahier sur la page où était tracée une figure que j'allais par la suite appelée la figure de Reim... En me montrant son visage à contempler, l'être géométrique dévoilé offrait à mon regard la découverte d'un caractère principal d'importance universel, la prépondérance du cercle face à la droite... Mais sous la force circulaire de mon regard, cet être se voilait au bout de mes yeux avides de savoir et non plus de connaissance, en abandonnant "deux droites parallèles"... En s'évanouissant, son attrait m'invitait à démontrer ce parallélisme, puis à montrer, voire à réinventer², les traces circulaires de son passage dans les configurations des géomètres qui ont contribué à l'émergence et au riche développement de la Géométrie.

LA DÉMARCHE

homme par homme, siècle par siècle...

En reprenant contact avec la plupart des géomètres, grands ou petits, inconnus ou anonymes qui ont marqué, à leur façon, l'histoire de la Géométrie et en réinventant chaque fois que cela a été possible, la figure de Reim dans les nombreuses configurations classiques accumulées au fil des siècles, il m'a été permis de mettre en évidence "une voie simple et naturelle qui, pénétrant jusqu'à l'origine des vérités, met à nu la chaîne mystérieuse qui les unit entre elles, et les fait connaître individuellement de la manière la plus lumineuse et la plus complète"³. Il m'a été aussi permis de m'interroger sur la présence d'un principe fédérateur traversant l'inconscient collectif de tous les géomètres.

Les retombées invisibles des idées complexes des uns,
gènèrent bien souvent,
les idées simplificatrices des autres

Comme le préconisait le baron von Tschirnhausen⁴, un maître de l'élégance, mon humble but a été de rendre la Géométrie plus aisée en offrant d'entrée la vision de la figure, de ses traits et de son donné avant toute visualisation du résultat.

Démontrer, puis montrer

¹ Dans ce livre les résultats géométriques sont obtenus à partir d'une même méthode des cercles de Reim, alors que dans le livre intitulé *La droite de Newton*, éditée chez Ellipse, la droite en question est traitée par cinq méthodes distinctes, au travers de trente techniques différentes.

² Donner une dimension, une grandeur à quelque chose qui existe déjà.

³ Chasles M.

⁴ 1651-1708.

LES FIGURES

L'arbitraire ignore le donné
en bravant l'évidence
"qu'il n'y a rien dans l'intellect qui n'ait été auparavant dans les sens"

Les figures présentées sont toutes en "position générale" pour reprendre l'expression d'Isaac Yaglom, donc non dégénérées car elles s'adressent avant tout à de jeunes collégiens, lycéens, étudiants et professeurs aimant la Géométrie traditionnelle et désirant réinventer d'une façon naturelle et intuitive les grands théorèmes de cette ancestrale discipline qui, rappelons-le, n'est pas réservés à une élite !

Pour rester attaché au charme de la Géométrie synthétique, je n'ai pas envisagé de traiter tous les cas que peuvent présenter une configuration comme le faisait systématiquement Robert Simson. Remarquons qu'à force de vouloir trop détailler, de nombreux auteurs ont proposé des textes forts prolixes où les idées générales ont d'une façon générale, du mal à apparaître.

La diversité est la fille de l'ignorance

Rappelons à ce propos que seul un traitement fondé à partir de l'algèbre mettant en jeu, des vecteurs, des coordonnées, des angles orientées, ou bien de l'analyse avec des transformations adaptées qu'on appelait la géométrie supérieure au XIX-ième siècle, pourrait éviter de considérer un grand nombre de configurations; mais une telle attitude serait contraire à l'ambiance que j'ai voulu communiquer dans ce livre.

Les nombreuses figures muettes s'adressent plus à la générosité d'un regard connaissant qu'à des yeux avides de savoir. Chaque figure s'enchaîne à une autre pour laisser finalement apparaître des points, une droite, un triangle en perspective avec un autre, une idée... la démarche choisie est non ludique, donc non séduisante.

En attachant aux figures les noms d'illustres géomètres ou de simples titres, j'ai cherché à retenir les choses et à exciter cette curiosité scientifique si propre à élargir nos connaissances.

AVERTISSEMENT

Pour chaque géomètre évoqué, une courte notice historique et bibliographique est présentée pour satisfaire la curiosité louable du lecteur, comme un devoir de reconnaissance envers nos prédécesseurs qui, rappelons-le, a toujours été un important élément de l'éducation en Europe depuis le temps des grecs. Ce point d'histoire est suivi d'une ou plusieurs visions de résultats remarquables qu'il a eu, et chaque vision, d'une visualisation à la façon des Anciens, dont la vocation est de réconcilier certains avec la géométrie et de faire partager avec d'autres, les richesses inhérentes de cette approche. Chaque vision précédé d'un titre précédé avec astérisque⁵ ou non, commence par une figure en position générale, suivie de la description de ses traits essentiels et du donné⁶ abandonné par l'être géométrique dont la qualité propre en tant que cause, consiste à pousser le chercheur à produire à son tour des effets. Chaque vision conduit à une visualisation i.e. à la mise en évidence, d'une façon matérielle, de l'action et de l'effet de la vision, suivie d'éventuelles scolies⁷ qui, en s'investissant dans d'autres visions, font progresser ceux qui les étudient. Notons que les visualisations présentées ne sont pas en général, celles des auteurs; elles mettent en oeuvre les différents types de raisonnement i.e. progressif, régressif, par contraposition, par exhaustion, par l'absurde et même par récurrence au travers de la méthode de Reim, en utilisant les techniques les plus élémentaires possibles. Les figures plus que nécessaire, proposées dans chaque visualisation permettent d'une part de guider le lecteur et, d'autre part, d'attirer un plus large public.

Précisons que l'auteur d'un résultat peut différer de celui qui le démontre, que chaque résultat s'insère dans un thème où le lecteur pourra suivre un enchaînement d'idées et s'appuie sur un théorème direct ou réciproque.

⁵ L'astérisque * précédent un titre, signifie que le résultat est du géomètre envisagé; un titre précédé d'aucun astérisque signifie que le résultat est d'un auteur non identifié.

⁶ A ne pas confondre avec les données; Euclide appelle donnée, ce qui résulte immédiatement, en vertu des propositions comprises dans ses *Éléments*, des conditions d'une question.

⁷ Une scolie est une remarque sur une ou plusieurs propositions précédentes, tendant à faire apercevoir leur liaison, leur utilité, leur restriction ou leur extension.

Qu'on me pardonne si la source citée n'est pas toujours la source primitive.
Chaque visualisation s'efforce de terminer par une ou plusieurs scolies i.e. des remarques, par un commentaire, par un contexte, par un thème ou par une note historique.

"... On ne peut se flatter d'avoir le dernier mot d'une théorie,
tant qu'on ne peut pas l'expliquer en peu de paroles à un passant dans la rue" ⁸

⁸ Chasles M., *Aperçu historique*, 1837, Rééditions J. Gabay, Paris, (1989) 115.