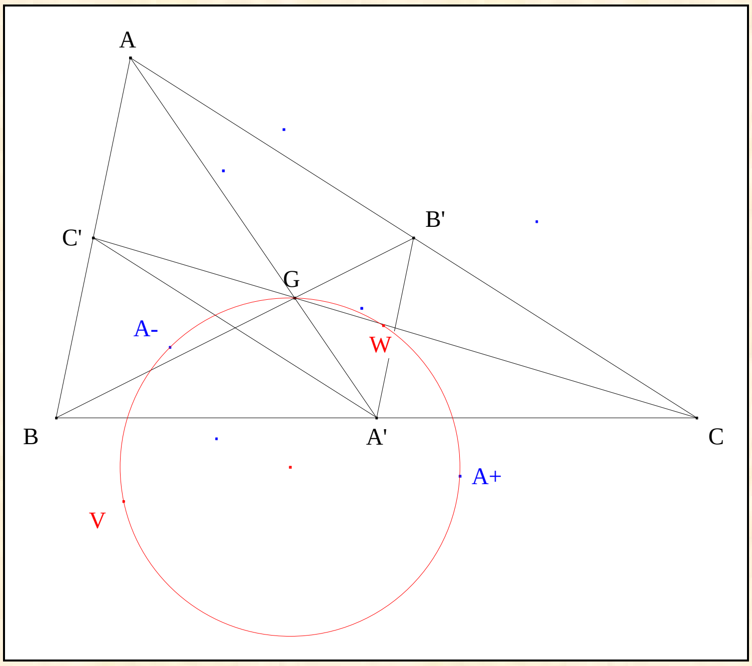
CULTURE GÉOMÉTRIQUE 4

CINQ POINTS COCYCLIQUES

†

Jean - Louis AYME [1]



Résumé. Dans le noir désir d'une résolution académique par contacts se profile discrètement une solution originale par liens qui entraîne le "solver" hors de son "lab"-oratoire pour lui faire découvrir "l'oratoire" secret de ses pensées…
Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Abstract. In the dark desire for an academic "contact resolution", an original solution is looming quietly by several links, which are carrying the "solver" out of his "lab" to make him discover "the secret oratory" of his thoughts...
The figures are all in general position and all cited theorems can all be proved synthetically.

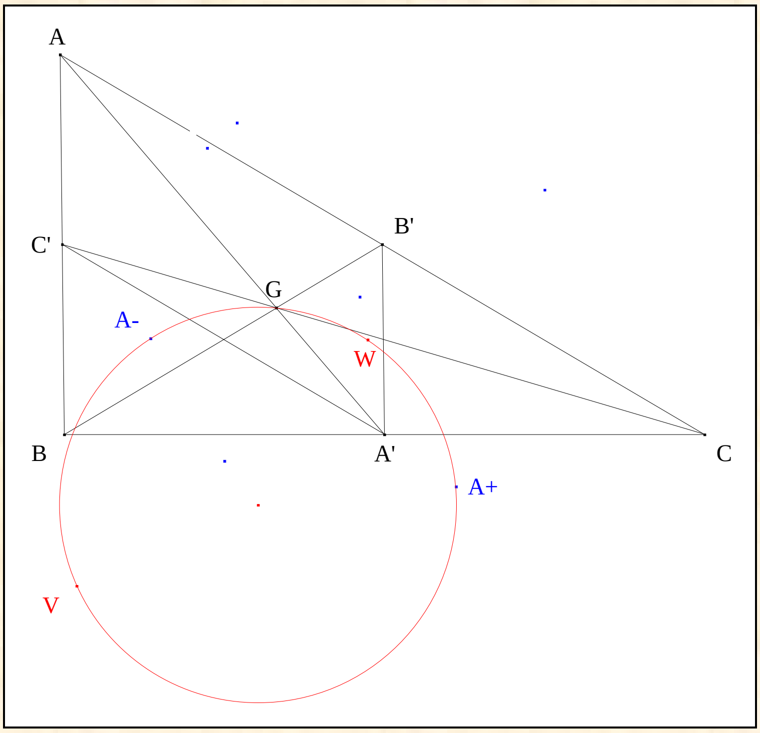
1 St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 29/08/2016 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

Sommaire

A. LE PROBLÈME
OU
QUATRE POINTS COCYCLIQUES

VISION

Figure :

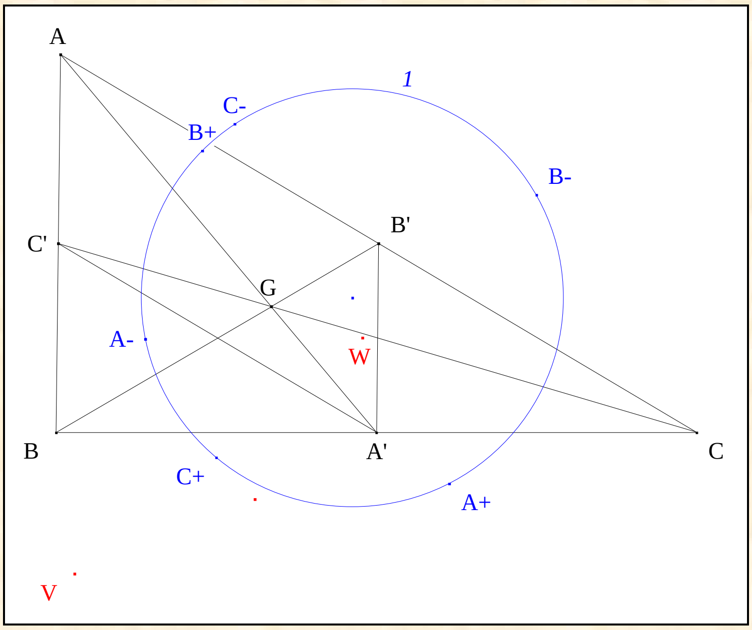


Traits : ABC un triangle,
G le point médian de ABC,
A'B'C' le triangle médian de ABC
et A+, A-, V, W les centres des cercles circonscrits resp. aux triangles GCB', GBC', GA'C', GB'A'.

Donné : A+, A-, V et W sont cocycliques. [2]

[2] Geometry Proof, AoPS du 02/12/2015 ;
http://www.artofproblemsolving.com/community/c6h1169266p5604260
Please prove this, AoPS du 23/08/2016 ;
http://www.artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1294617_please_prove_this
Quatre points cocycliques, *Les-Mathematiques.net* ;
http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1316177

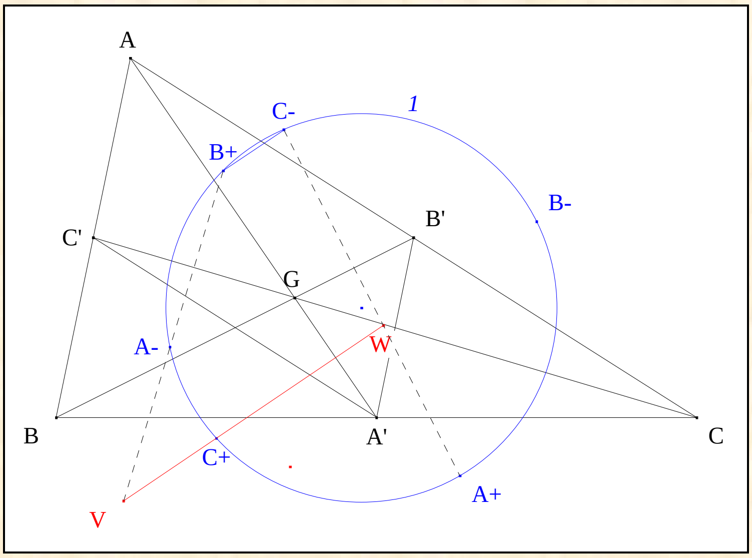
VISUALISATION



- Notons B+, B-, C+, C- les centres des cercles circonscrits resp. aux triangles GAC', GA'C, GBA', GB'A.

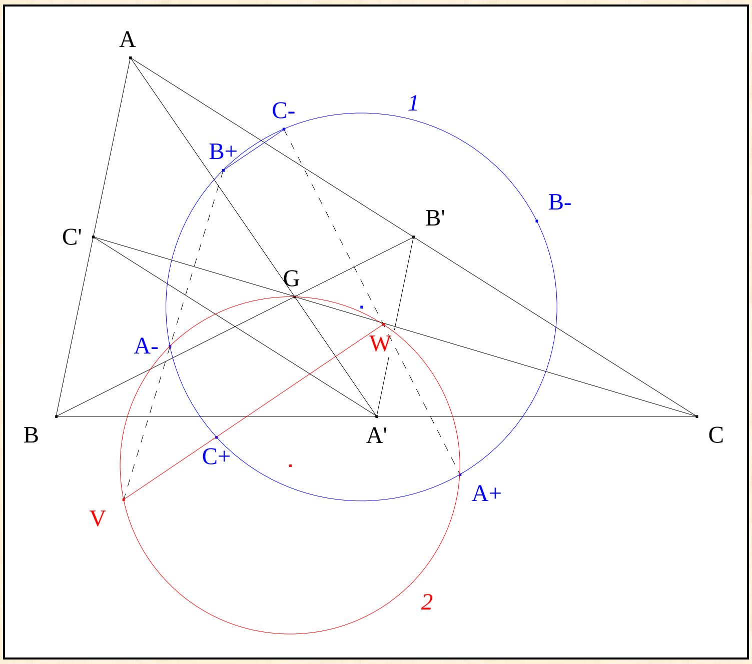
- D'après ''Le cercle de van Lamoen'' [3], A+, A-, B+, B-, C+ et C- sont cocycliques.

- Notons *1* ce cercle.



- Par construction,
  (1) B+, A- et V sont alignés
  (2) C-, A+ et W sont alignés
  (3) V, C+ et W sont alignés
  (4) (B+C-) // (VW).

[3] Ayme J.-L., Le cercle de van Lamoen, G.G.G. vol. **2** ; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/



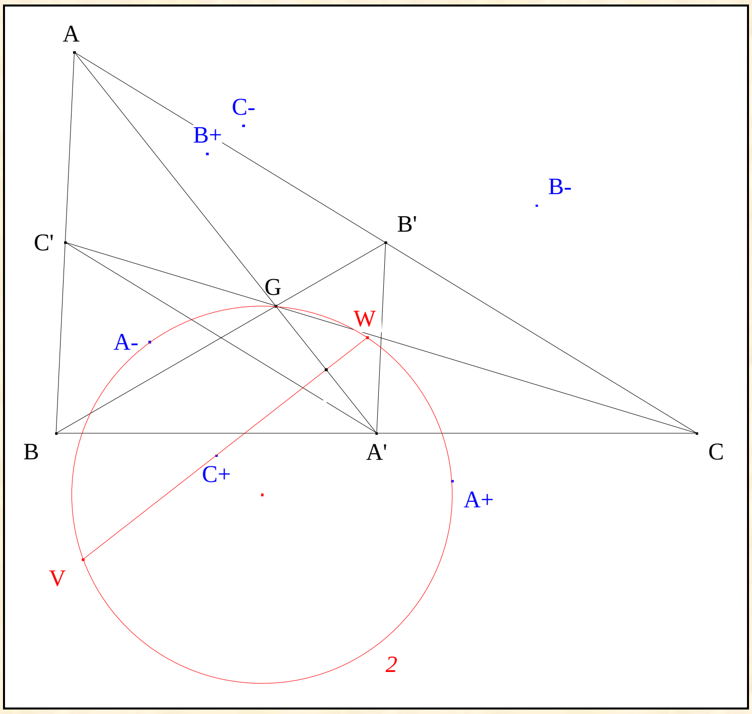
- **Conclusion :** le cercle *1*, les points de base A- et A+, les moniennes naissantes (B+A-V) et (C-A+W), les parallèles (B+C-) et (VW), conduisent au théorème **0''** de Reim ;
  en conséquence, A+, A-, V et W sont cocycliques

- Notons *2* ce cercle.

B. CINQ POINTS COCYCLIQUES

VISION

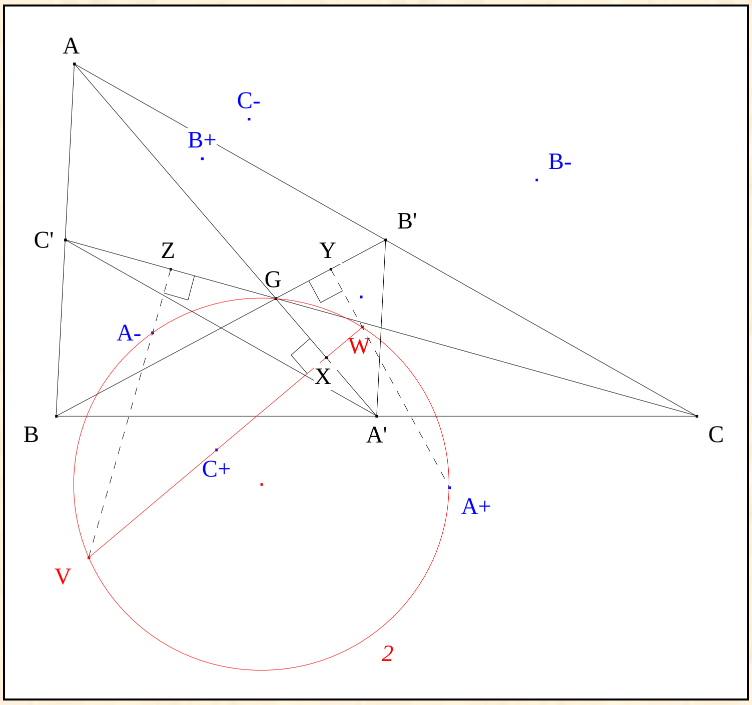
Figure :



Traits : les hypothèses et notations sont les mêmes que précédemment.

Donné : *2* passe par G.

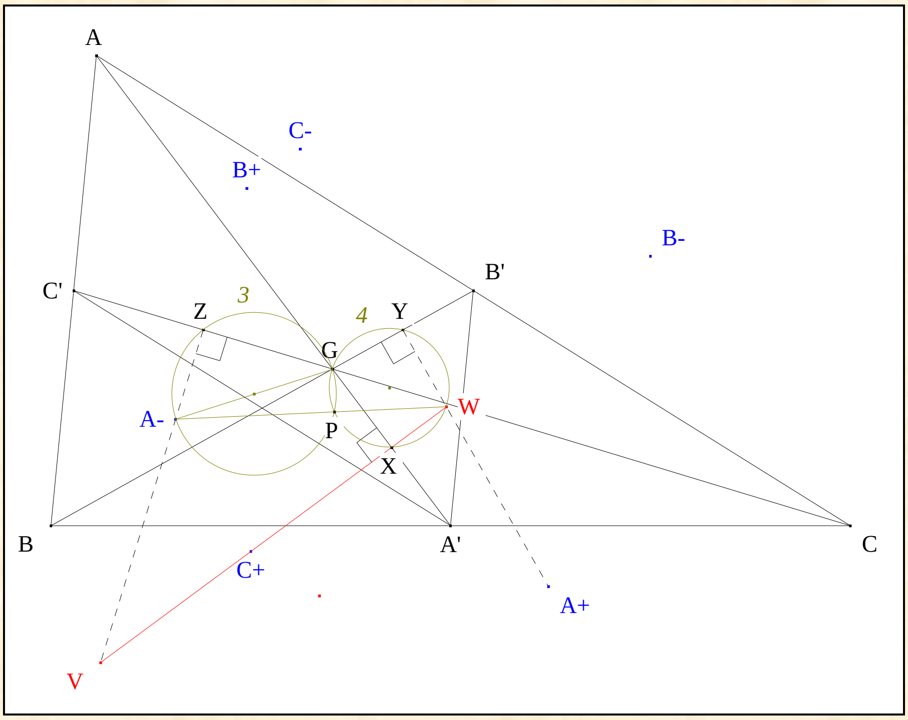
VISUALISATION



- Notons X, Y, Z les milieux resp. de [GA'], [GB'], [GC'].

- Par construction, **(1)** X, Y, Z sont resp. sur (VW), (A+W), (A-V)

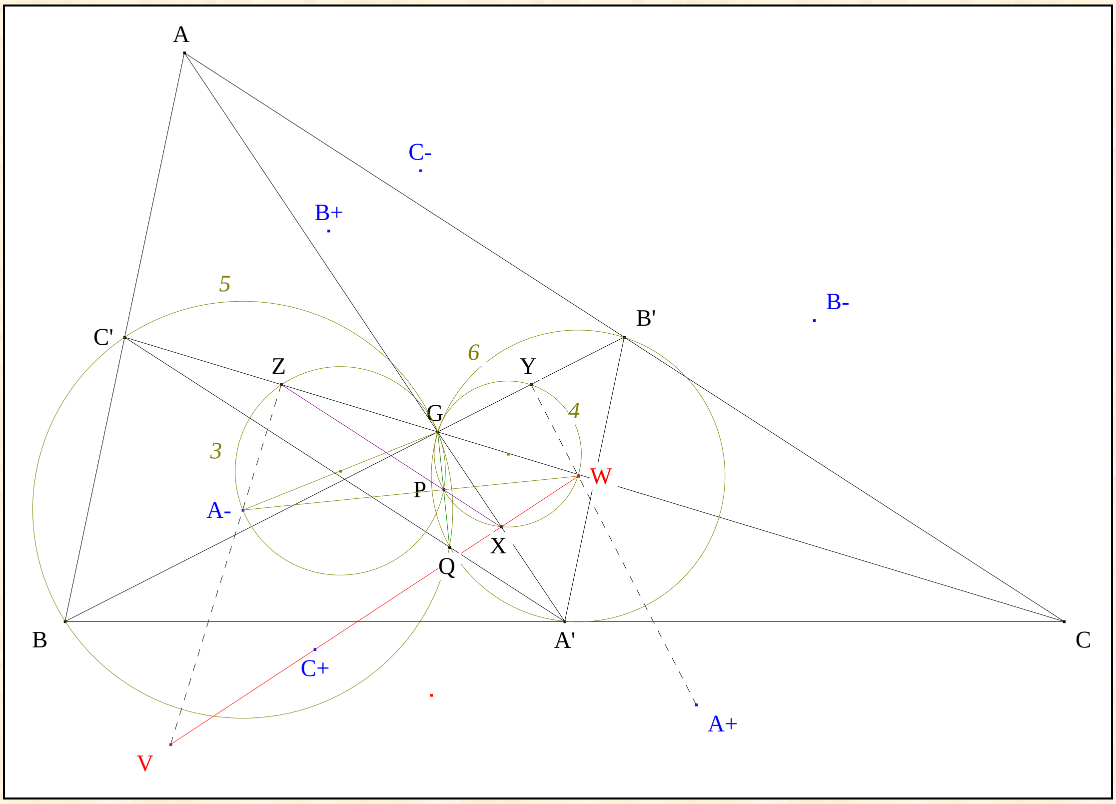
  (2) (VW) ⊥ (GA') , (WA+) ⊥ (GB') , (VA-) ⊥ (GC')



- Notons *3* le cercle de diamètre [GA-] ; il passe par Z ;
  4 le cercle de diamètre [GW] ; il passe par X et Y ;
  et P le second point d'intersection de *3* et *4*,

- **Scolies :** **(1)** A-, P et W sont alignés

(2) (GP) ⊥ (A-PW).



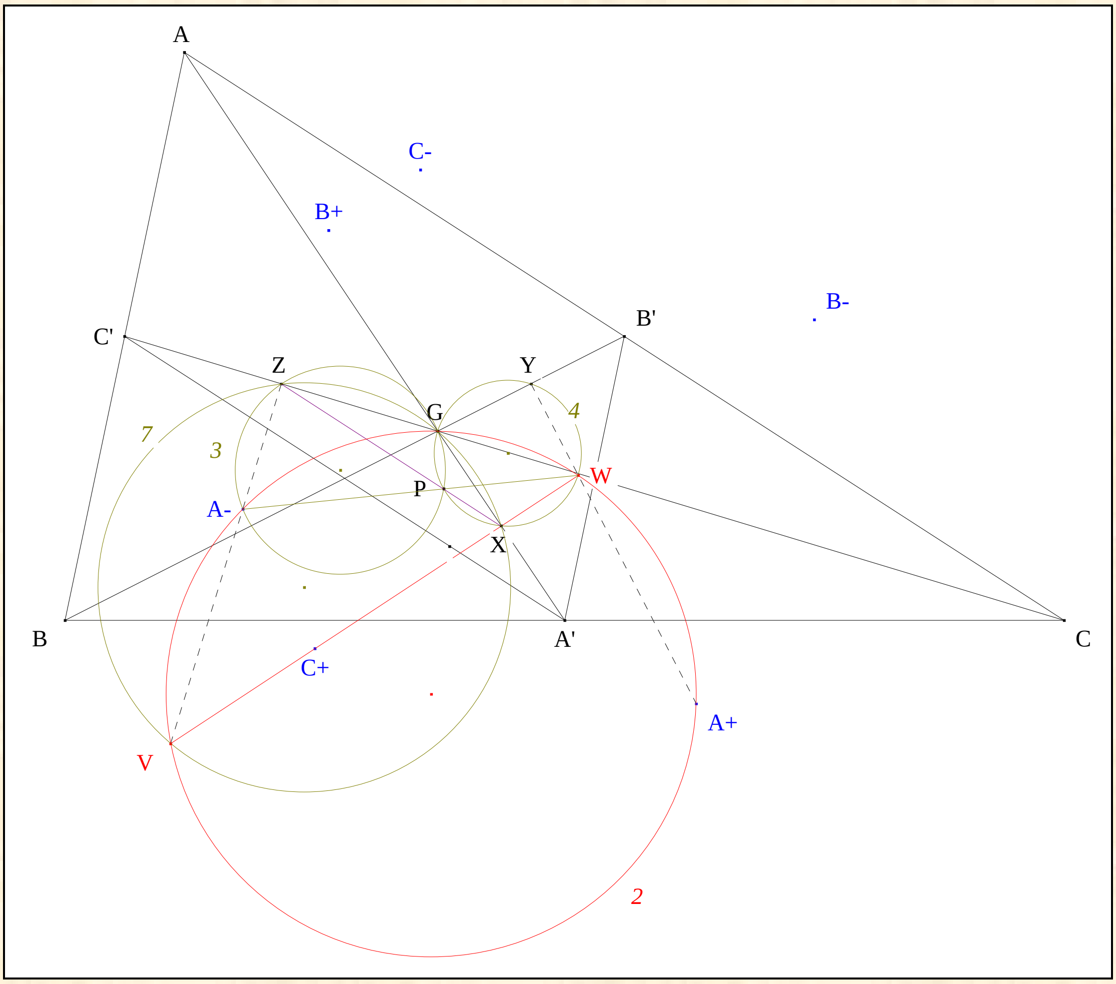
- Notons *5* le cercle de centre A- passant par B ; il passe par C' et G ;
  6 le cercle de centre W passant par A' ; il passe par A' et G ;
  et Q le second point d'intersection de *5* et *6*.

- **Scolie :** (BC') // (B'A').

- Les cercles *5* et *6*, les points de base G et Q, la monienne (BGB'), les parallèles (BC') et(B'A'), conduisent au théorème **1'** de Reim ; en conséquence, C', Q et A' sont alignés.

- Par "la droite des centres" de *5* et *6*, P est le milieu de [GQ].

- **Conclusion partielle :** d'après Thalès "La droite des milieux", Z, P et X sont alignés.



- Notons *7* le cercle de diamètre [GV] ; il passe par X et Z.

- **Conclusion :** d'après "Le point de Miquel' [4]
  appliqué au triangle VA-W
  à la ménélienne (ZPX) et aux cercles *7*, *3*, *4*, *2* passe par G.

[4] Ayme J.-L., Auguste Miquel, G.G.G. vol. **13**, p. 12-13 ; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/