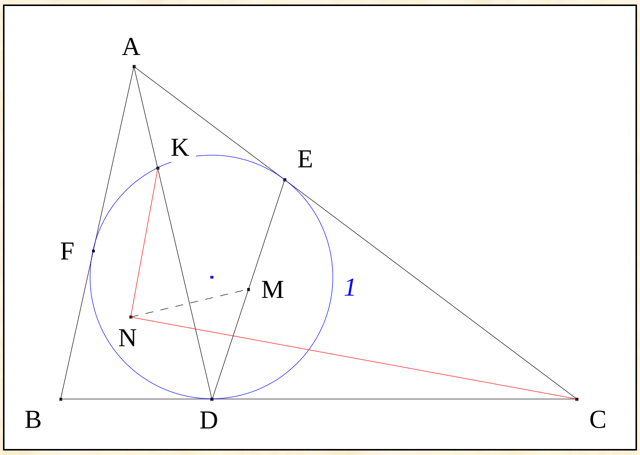
CULTURE GÉOMÉTRIQUE 7

DEUX PERPENDICULAIRES

Jean - Louis AYME [1]



Résumé. Cette note traite d'une perpendiculaire à une cévienne d'un triangle.
Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

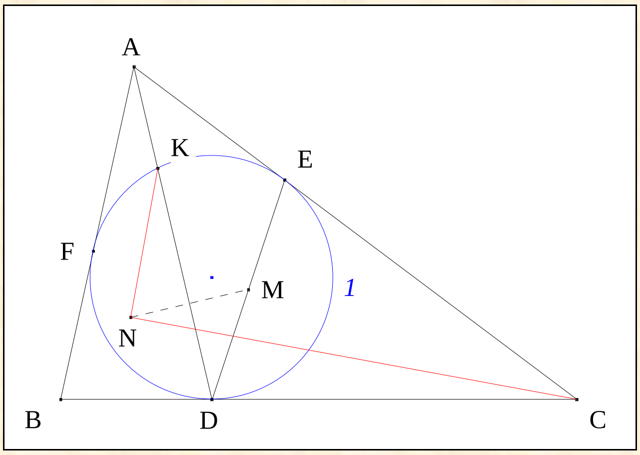
Abstract. This note tells of a perpendicular to a cevian of a triangle.
The figures are all in general position and all cited theorems can all be proved synthetically.

[1] St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 30/09/2016 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

LE PROBLÈME

VISION

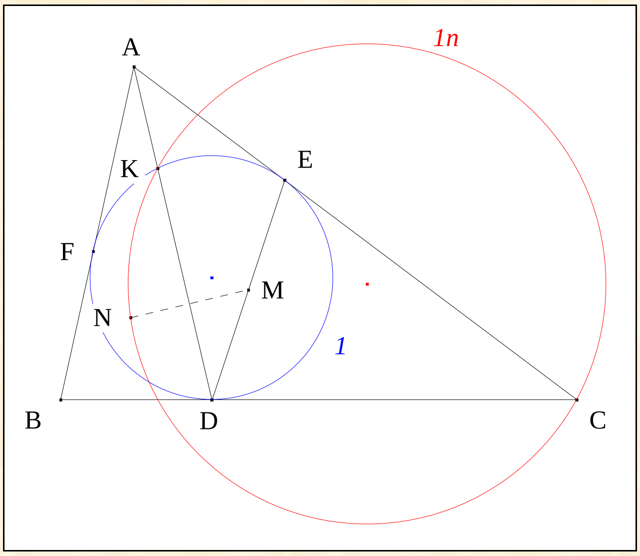
Figure :



Traits :	ABC	un triangle,
	1	le cercle inscrit à ABC,
	DEF	le triangle de contact à ABC,
	K	le point d'intersection de [AD] avec *1*,
	M	le milieu de [DE]
et	N	le symétrique de M par rapport à (AD).

Donné : (NK) est perpendiculaire à (NC). [2]

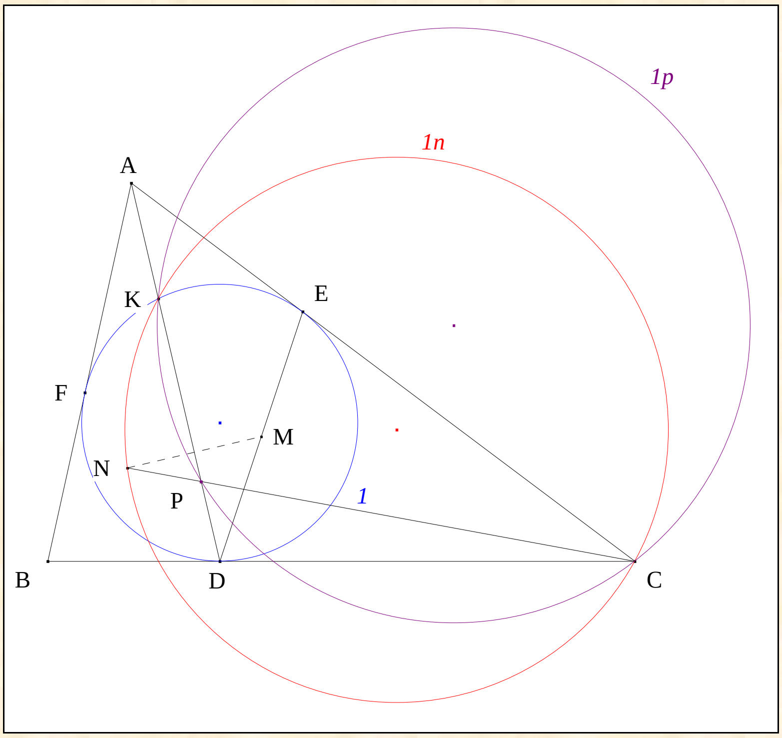
VISUALISATION



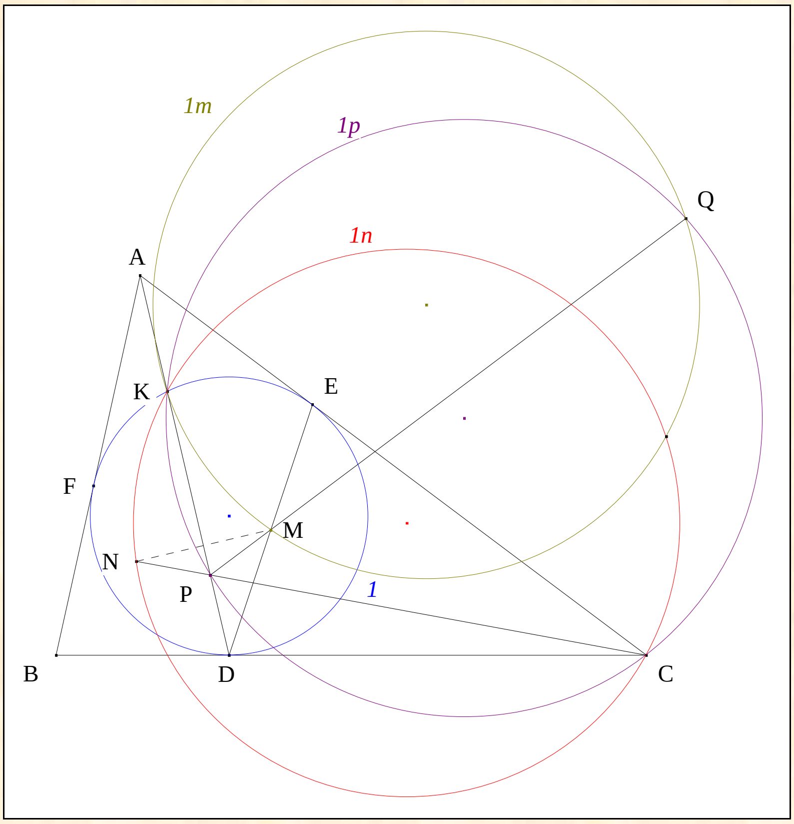
- Notons *1n* le cercle passant par K, N et C.

---

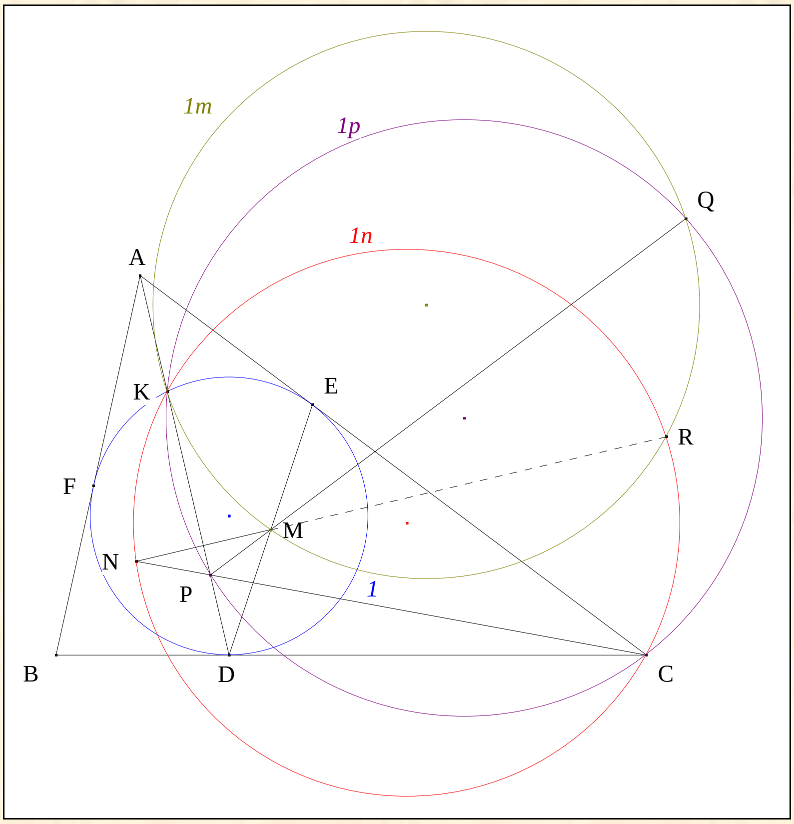
[2] $\angle CNK=90\degree$, AoPS du 31/08/2016 ;
http://www.artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1299049_angle_cnk90degree
Deux perpendiculaires, *Les-Mathematiques.net* ;
http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1322062



- Notons P le point d'intersection de (AD) et (NC),
  et *1p* le cercle passant par K, P et C.



- Notons Q le second point d'intersection de (MP) avec *1p*
  et *1m* le cercle passant par K, M et Q.

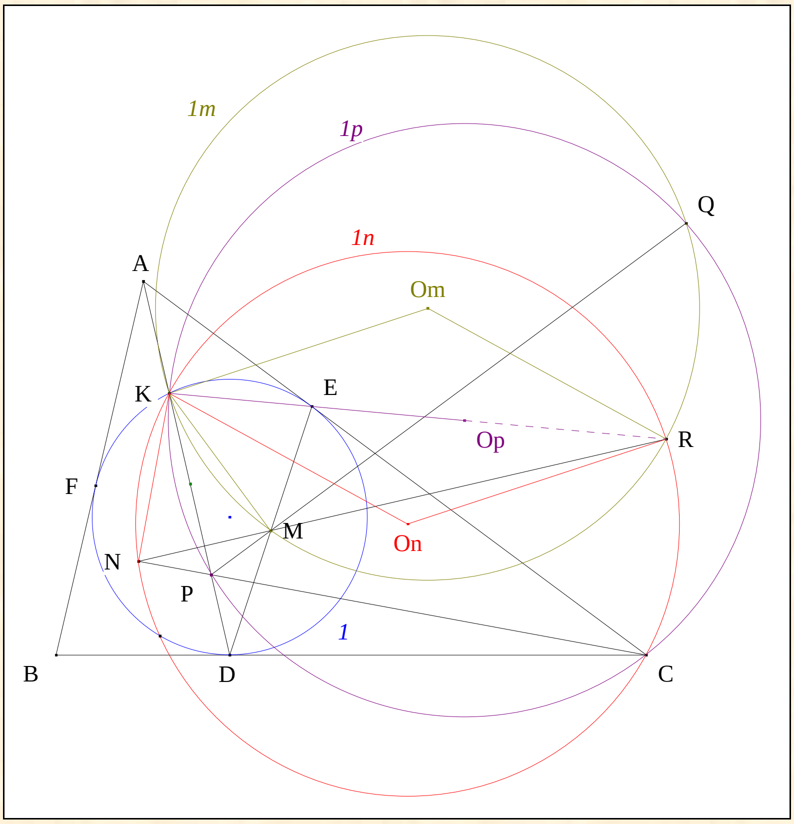


- Notons R le second point d'intersection de *1m* et *1n*.

- D'après Auguste Miquel "Le théorème du pivot" [3]
  appliqué au triangle NPM
  avec C sur (NP), Q sur (PM) et aux cercles *1n*, *1p*, *1m* concourants en K, R est sur (NM).

- **Scolie :** K en est le pivot.

[3] Ayme J.-L., Auguste Miquel, G.G.G. vol. **13**, p. 4-7 ; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/



- Notons Om, On, Op les centres resp. de *1m*, *1n*, *1p*.

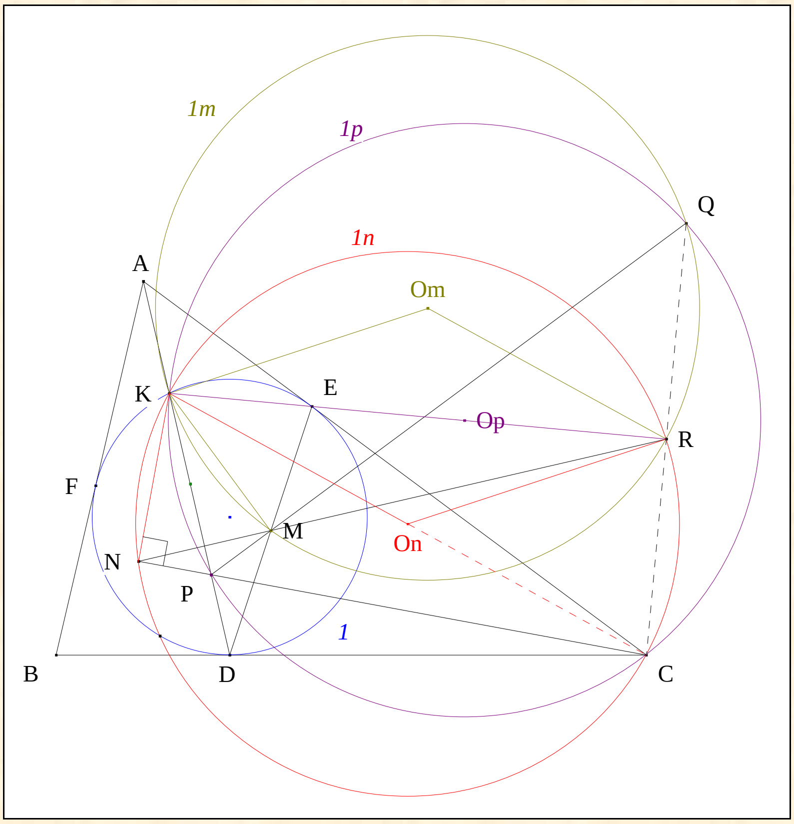
- **Scolie :** le triangles KMN est K-isocèle.

- D'après Möbius "Angle de deux cercles",

  (1) *1m* et *1n* sont égaux

  (2) (KOp) est la K-bissectrice intérieure du triangle KOmOn.

- Le quadrilatère KOmROn étant un losange, (KOp) passe par R.



- Par symétrie d'axe (KR), **(1)** C, R et Q sont alignés

  (2) (CRQ) ⊥ (KR).

  (3) [KC] est un diamètre de *1n*.

- **Conclusion :** d'après Thalès "Triangle inscriptible dans un demi-cercle", (NK) est perpendiculaire à (NC).