LES TROIS THÉORÈMES

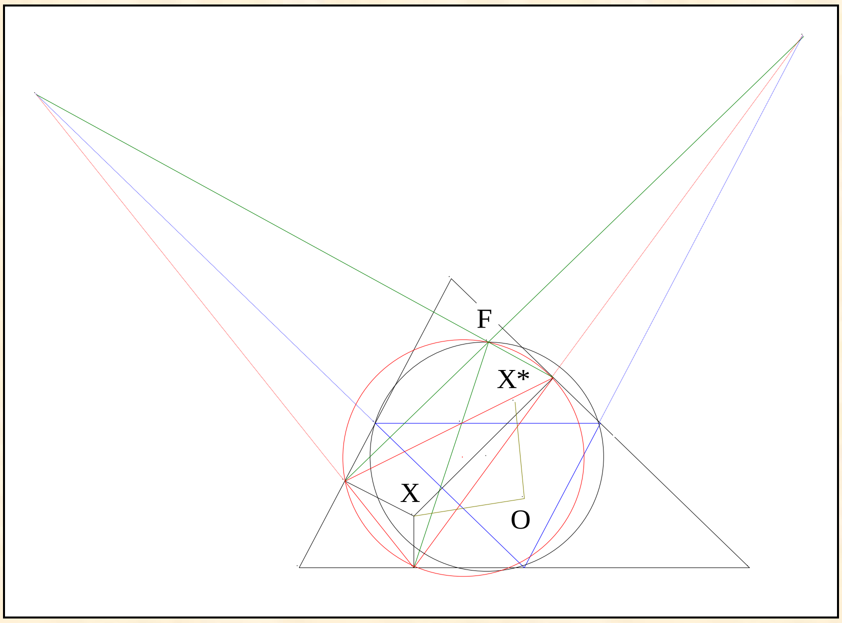
DE

GEORGES FONTENÉ

GÉNÉRALISATIONS ET QUESTIONS

†

Jean-Louis AYME [1]



Résumé. Nous présentons une preuve purement synthétique d'un résultat en trois théorèmes [2] datant de 1905 de l'inspecteur Georges Fontené [3]. Ce résultat a été initié par Karl Feuerbach en 1822, John Griffiths en 1857, Matthieu Weill [4] en 1880 et W. S. McCay[5] en 1889. Une généralisation de l'auteur est proposée.
Toutes les figures sont en positions générales et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Abstract. We present a purely synthetic proof of a result in three theorems dating from 1905 of the Inspector Georges Fontené. This result was initiated by Karl Feuerbach in 1822, John Griffiths in 1857, Matthew Weill in 1880 and W. S. McCay in 1889.
A generalization of the author is proposed.
All figures are in general positions and all cited theorems can all be demonstrated synthetically.

---

1 St-Denis, Île de la Réunion (France), le 20/07/2011
2 http://mathworld.wolfram.com/FonteneTheorems.html
3 Fontené G., Extension du théorème de Feuerbach, *Nouvelles Annales* **5** (1905) 504-506
4 Weill M., Note sur le triangle inscrit et circonscrit à deux coniques, *Nouvelles Annales* séries **2**, **19** (1880) 253-261
5 McCay W. S., On three simililar figures, with extension of Feuerbach's Theorem, *Transactions of the Irish Royal Academy* **29** (1889)

Sommaire

Une courte biographie de Georges Fontené

A. Le premier théorème de Fontené ou le point de Fontené 2
1. Le premier théorème
2. Une généralisation de l'auteur
3. La généralisation de Bernard Gibert

B. Le deuxième théorème de Fontené ou le point de Griffiths-Fontené 11
1. Le deuxième théorème
Une courte biographie de John Griffiths
2. La question d'Éric Danneels

C. Le troisième théorème de Fontené ou le point généralisé de Feuerbach 16

D. Appendice 19
1. Un lemme
2. La preuve de Kostas Vittas
3. Une courte biographie de Kostas Vittas

E. Annexe 25
1. Le théorème du pivot
2. Le trapèze complet
3. Le théorème des trois cordes
4. Trois céviennes diamétrales
5. Le cercle de Mathieu ou The pedal circle theorem
6. Diagonales d'un quadrilatère complet
7. Le théorème des deux triangles

Une courte biographie : Georges Fontené est né le 23 septembre en 1848 à Rousies (Nord, France). Cinquième fils de Louise Fontené née vers 1815, Fontené passe avec succès l'Agrégation de mathématiques en 1875, puis devient professeur à Paris au collège Rollin [6], actuellement lycée Jacques Decour. En 1910, il est promu Inspecteur à Paris. Il décède le 7 avril 1923 à Paris (France)

[6] Le collège Rollin est situé au 12 avenue Trudaine à Paris (France)

A. LE PREMIER THÉORÈME DE FONTENÉ

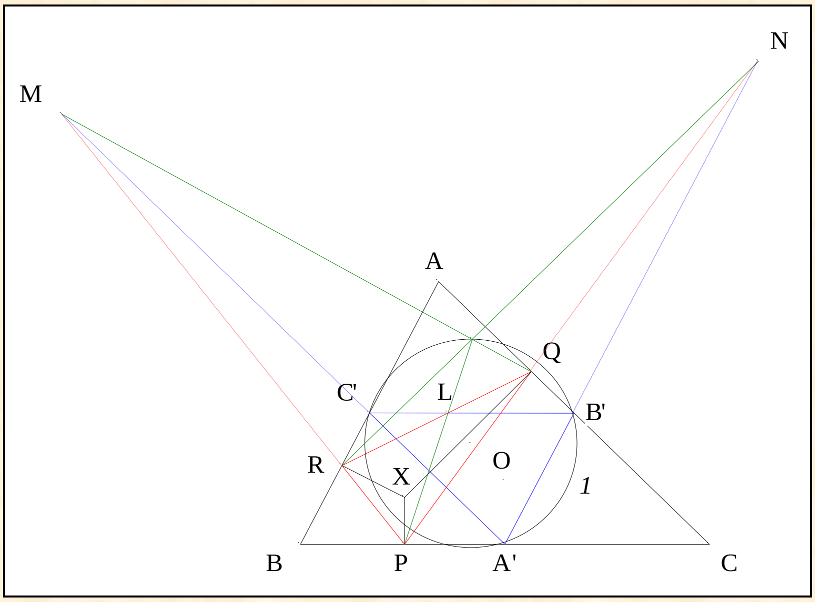
OU

LE POINT DE FONTENÉ

1. Le premier théorème

VISION

Figure :

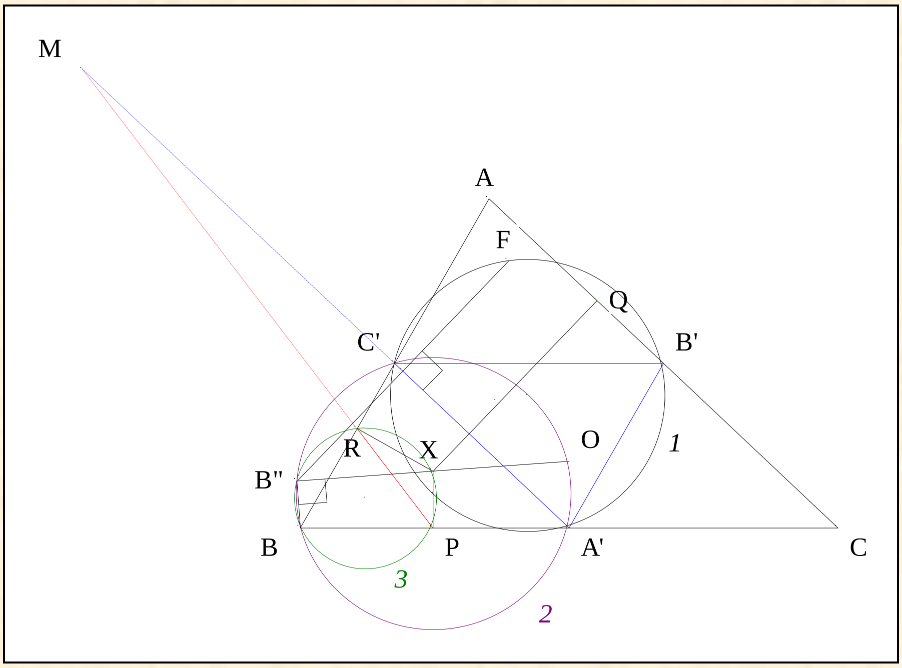


Traits :	ABC	un triangle,
	O	le centre du cercle circonscrit à ABC,
	A'B'C'	le triangle médian de ABC,
	1	le cercle d'Euler de ABC,
	X	un point,
	PQR	le triangle X-pédal de ABC
et	L, M, N	les points d'intersection de(QR) et (B'C'), de (RP) et (C'A'), de (PQ) et (A'B').

Donné : (PL), (QM) et (RN) sont concourantes sur *1*. [7]

VISUALISATION

[7] Fontené G., Extension du théorème de Feuerbach, *Nouvelles Annales* **5** (1905) 504-506
Fontené G., Sur les points de contact du cercle des neuf points d'un triangle avec les cercles tangents aux trois côtés, *Nouvelles Annales* **5**, (1905) 529-538
Fontené G., Sur le cercle pédal, *Nouvelles Annales* **65** (1906) 55-58

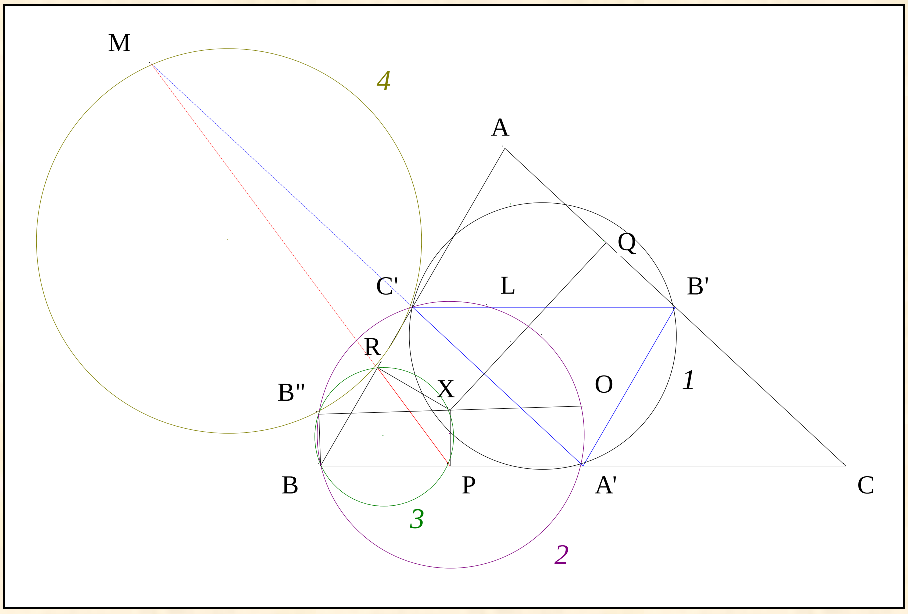


- Notons B'' le pied de la perpendiculaire abaissée de B sur (OX),
  2 le cercle de diamètre [BO] ; il passe par B'' ;
  3 le cercle de diamètre [BX] ; il passe par A', C', B''.
  et F l'orthopôle de la droite diamétrale (OX) relativement à ABC.

- D'après "Orthopôle d'une droite relativement à un triangle" [8],

  (1) F est sur *1*

  (2) F est le symétrique de B'' par rapport à (C'A').

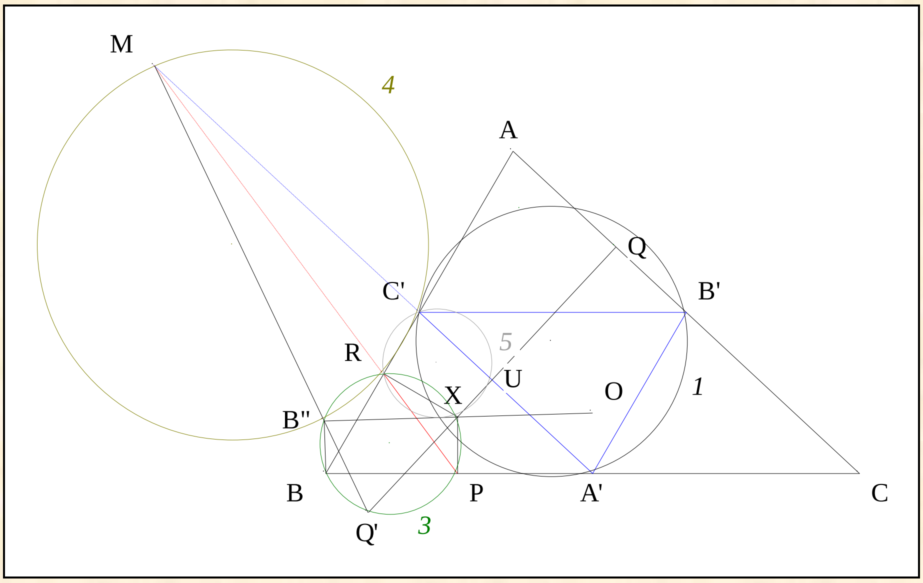


- Notons *4* le cercle passant par M, K et R.

- D'après Miquel "Le théorème du pivot" (Cf. Annexe **1**)
  appliqué au triangle MA'P avec K sur (MA'), B sur (A'P) et R sur (PM), *4*, *2* et *3* sont concourants en B''.

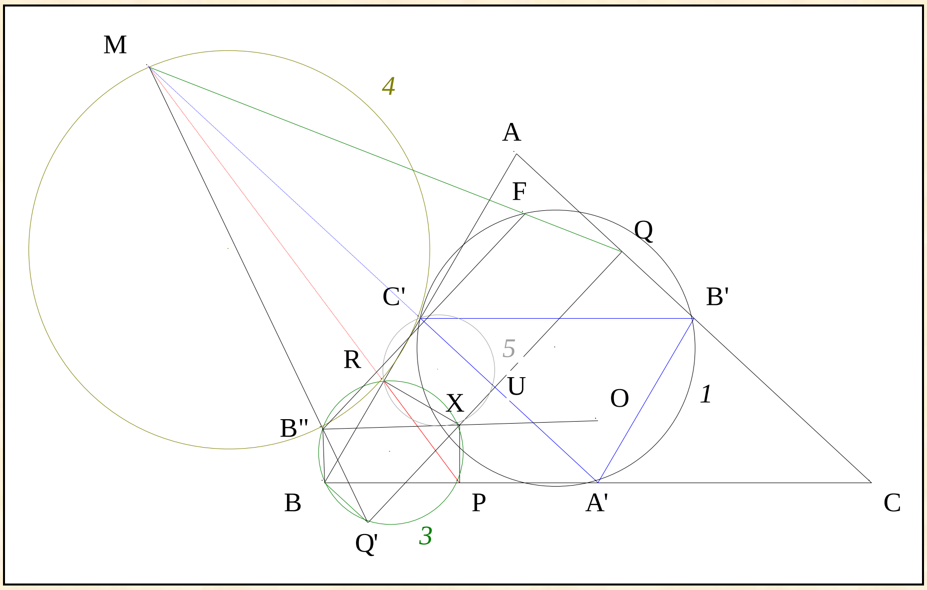
---

[8] Ayme J.-L., Orthopôle d'une droite relativement à un triangle, G.G.G. vol. **8**, p. 16-18 ; http://j.l.ayme.pagesperso-orange.fr/



- Notons U le point d'intersection de (XQ) et (C'A'),
  5 le cercle de diamètre [XC'] ; il passe par U et R ;
  et Q' le second point d'intersection de (XQ) avec *3*.

- D'après Miquel "Le théorème du pivot" (Cf. Annexe **1**)
  appliqué au triangle MUQ' avec C' sur (MU), X sur (UQ'),
  et aux cercles *4*, *5* et *3*, concourants en R, Q', B" et M sont alignés.



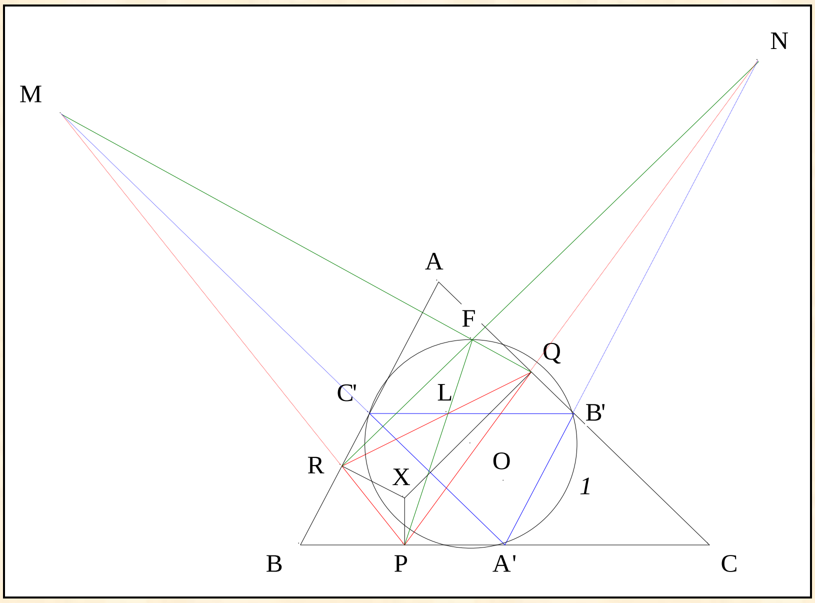
- Les cercles *3* et *5*, les points de base R et X, les moniennes (BRK) et (Q'XU),
  conduisent au théorème **0** de Reim ; il s'en suit que (BQ') // (C'UA') ;
  d'après Thalès "La droite des milieux" appliqué à ABC, (C'A') // (AC) ;
  par transitivité de la relation //, (BQ') // (AC).

- D'après l'axiome de passage IIIb appliqué à la bande de frontière (BQ') et (AC),
  l'axe médian (C'A') passe par le milieu de [QQ'] ;
  en conséquence, U est le milieu de [QQ'].

- Nous avons : (A'C') // (AC) ;
  (A'C') ⊥ (B"F) et (AC) ⊥ (QQ') ;

la relation // étant compatible avec la relation ⊥ , (B"F) // (QQ') ;
en conséquence, le quadrilatère FB"Q'Q est un trapèze ;
(A'C') étant la médiatrice des côtés parallèles, le trapèze FB"Q'Q est isocèle.

- **Conclusion partielle :** d'après "Le trapèze complet" (Cf. Annexe **2**), Q, F et M sont alignés ou encore (MQ) passe par F.



- Mutatis mutandis, nous montrerions que (NR) passe par F
  (LP) passe par F.

- **Conclusion :** (PL), (QM) et (RN) sont concourantes sur *1*.

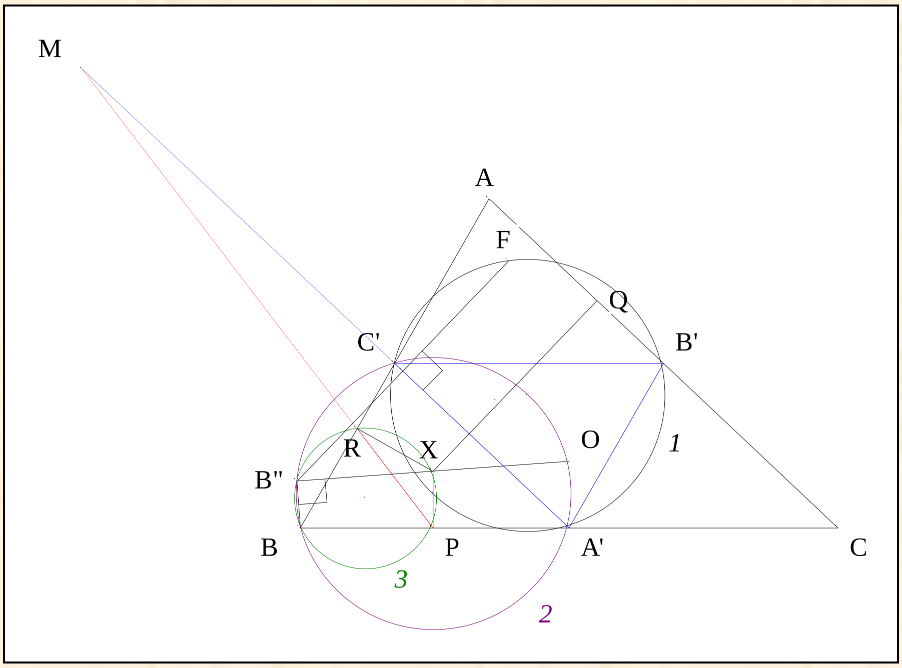
Note historique : cette visualisation entièrement synthétique s'inspire de celle de Darij Grinberg [9]. Rappelons que celle présentée par Roger Arthur Johnson [10] s'inspire de celle de Raoul Bricard [11] qui a signé son article par les initiales "R.B" dans les *Nouvelles Annales* de 1906.
Ce résultat de Fontené était connu de John Griffiths dès 1857.

Scolies : **(1)** ce résultat est "le premier théorème de Fontené".

(2) F est "le point de Fontené de O et X relativement à ABC".

(3) Une autre nature de F

[9] Grinberg D., Generalization of the Feuerbach point ; http://www.cip.ifi.lmu.de/~grinberg/
[10] Johnson R. A, *Advanced Euclidean Geometry*, Dover, 1960, New York (from 1929 original)
[11] Bricart R., Note au sujet de : *Sur le cercle pédal*, *Nouvelles Annales* **6** (1906) 59-61



- F est l'orthopôle de (OX) relativement à ABC.

- F est le symétrique de B" par rapport à (C'A').

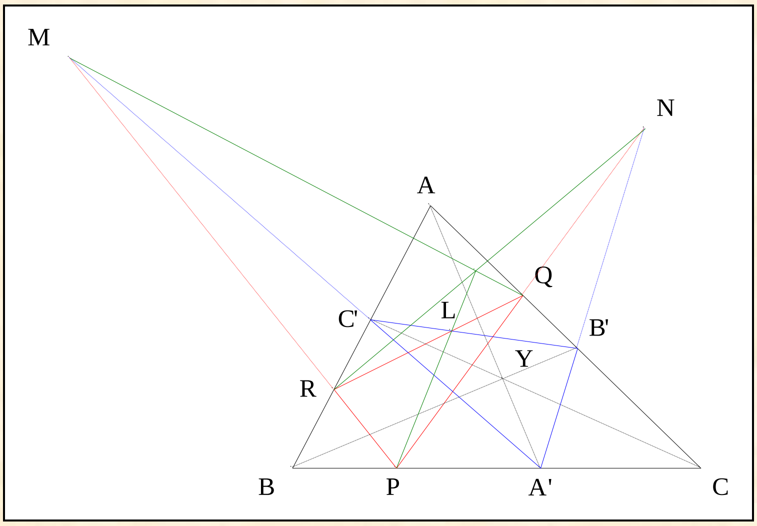
- O est l'orthocentre de A'B'C'.

- **Conclusion :** d'après "Droite de Simson de Fe…" [12],
  F est l'antipoint de Steiner de (OX) relativement à A'B'C'.

2. Une généralisation de l'auteur

VISION

Figure :

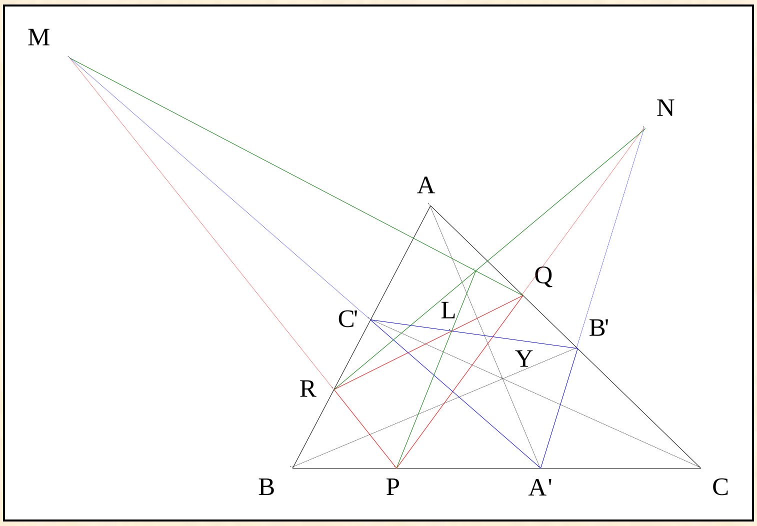


[12] Ayme J.-L., Droite de Simson de Fe…, G.G.G. vol. **5** p. 7-12 ; http://j.l.ayme.pagesperso-orange.fr/

Traits : ABC un triangle,
Y un point,
A'B'C' le triangle Y-cévien de ABC,
PQR un triangle inscrit de ABC
et L, M, N les points d'intersection de(QR) et (B'C'), de (RP) et (C'A'), de (PQ) et (A'B').

Donné : (PL), (QM) et (RN) sont concourantes ou parallèles. [13]

VISUALISATION



- D'après le théorème de Céva

  appliqué au triangle Y-cévien A'B'C' de ABC, nous avons : $\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'B}} = -1$.

- D'après le théorème de Ménélaüs

  appliqué au triangle ARQ et à la ménélienne (B'C'L), nous avons : $\frac{\overline{B'Q}}{\overline{B'A}} \cdot \frac{\overline{C'A}}{\overline{C'R}} \cdot \frac{\overline{LR}}{\overline{LQ}} = -1$.

- D'après le théorème de Ménélaüs

  appliqué au triangle BRP et la ménélienne (C'A'M), nous avons : $\frac{\overline{C'R}}{\overline{C'B}} \cdot \frac{\overline{A'B}}{\overline{A'P}} \cdot \frac{\overline{MP}}{\overline{MR}} = -1$.

- D'après le théorème de Ménélaüs

  appliqué au triangle CPQ et la ménélienne (A'B'N), nous avons : $\frac{\overline{A'P}}{\overline{A'C}} \cdot \frac{\overline{B'C}}{\overline{B'Q}} \cdot \frac{\overline{NQ}}{\overline{NP}} = -1$

- Par multiplication membre à membre de ces trois dernières égalités et par substitution de la première dans le résultat obtenu,

  nous avons : $\frac{\overline{LR}}{\overline{LQ}} \cdot \frac{\overline{NQ}}{\overline{NP}} \cdot \frac{\overline{MP}}{\overline{MR}} = -1$

- **Conclusion :** d'après le théorème de Ceva, (PL), (QM) et (RN) sont concourantes ou parallèles.

---

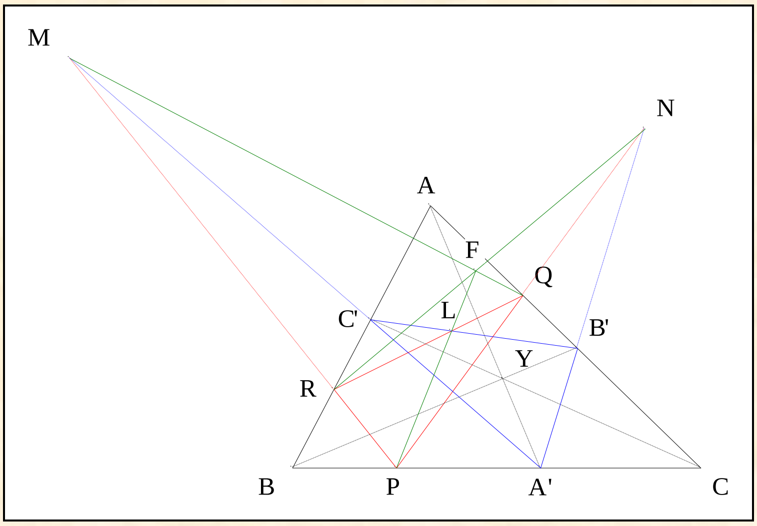
[13] Ayme J.-L., résultat personnel du 21/03/2004
Ayme J.-L., Three concurrent lines, *Mathlinks* du 26/07/2009 ;
http://www.mathlinks.ro/Forum/viewtopic.php?p=1574902#1574902 ;
A new result ?, Message *Hyacinthos* # **18056** du 27/07/2009 ;
https://groups.yahoo.com/neo/groups/Hyacinthos/conversations/messages/18056

Commentaire : rappelons ce que pensait Antreas Hatzipolakis [14] de ce résultat

What I think is, it is very nice if true!
I must say, the theorem with both inscribed triangles be cevian triangles,
is an old theorem,
and I am wondering why old geometers did not try it for one cevian
and one not-necessarily- cevian triangles

Note historique : cette preuve a été retenue par le site *Hyacinthos* [15].
Une preuve synthétique a été trouvé par Kostas Vittas. (Cf. Appendice)

Scolies : **(1)** cas où (PL), (QM) et (RN) sont concourantes



- Notons F ce point de concours.
- Par définition, F est "le point de Fontené de PQR et Y relativement à ABC".

(2) P, Q, R, A', B', C' et F sont sur une conique. [16]

3. La généralisation de Bernard Gibert

VISION

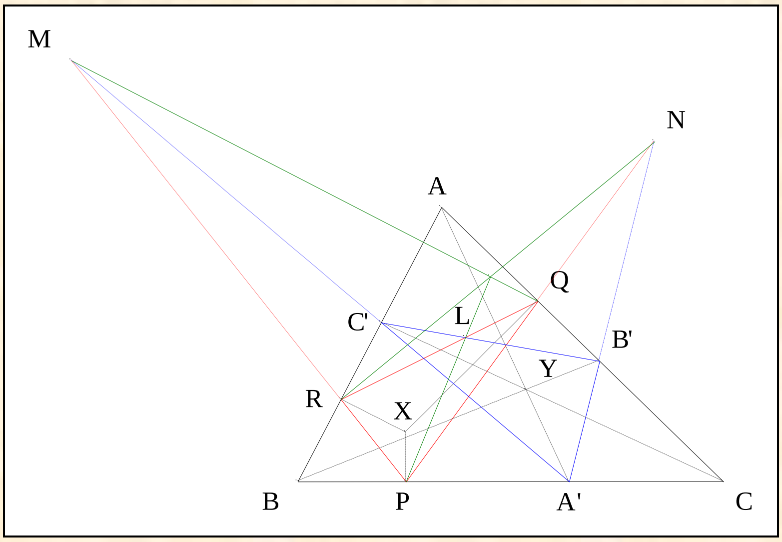
Figure :

---

14 Hatzipolakis, A new result?, Message *Hyacinthos* # **18056** du 28/07/2009 ; http://tech.groups.yahoo.com/group/Hyacinthos/.

15 Hatzipolakis, A new result?, Message *Hyacinthos* # **18066** ; https://groups.yahoo.com/neo/groups/Hyacinthos/conversations/messages/18066

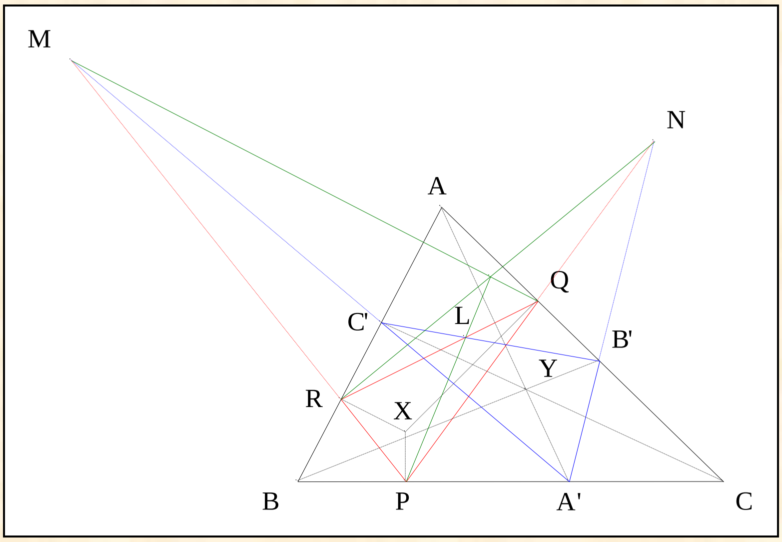
16 Montesdeoca A., A new result?; Message *Hyacinthos* # **18057** du 27/07/2009 ; https://groups.yahoo.com/neo/groups/Hyacinthos/conversations/messages/18057



Traits : ABC un triangle,
Y un point,
A'B'C' le triangle Y-cévien de ABC,
X un point,
PQR le triangle X-pédal de ABC
et L, M, N les points d'intersection de(QR) et (B'C'), de (RP) et (C'A'), de (PQ) et (A'B').

Donné : (PL), (QM) et (RN) sont concourantes. [17]

VISUALISATION



- D'après **A. 2.** Une généralisation de l'auteur, (PL), (QM) et (RN) sont concourantes ou parallèles.
- **Exercice :** (PL), (QM) et (RN) sont concourantes.
- Notons F ce point de concours.

Scolies : **(1)** par définition, F est "le point de Fontené de X et Y relativement à ABC".

[17] Gibert B., Fontené point, Message *Hyacinthos* # **8701** du 24/11/2003 ;
https://groups.yahoo.com/neo/groups/Hyacinthos/conversations/messages/8701

(2) Lorsque Y est le point médian G de ABC,
nous retrouvons le premier théorème de Fontené.

B. LE DEUXIÈME THÉORÈME DE FONTENÉ

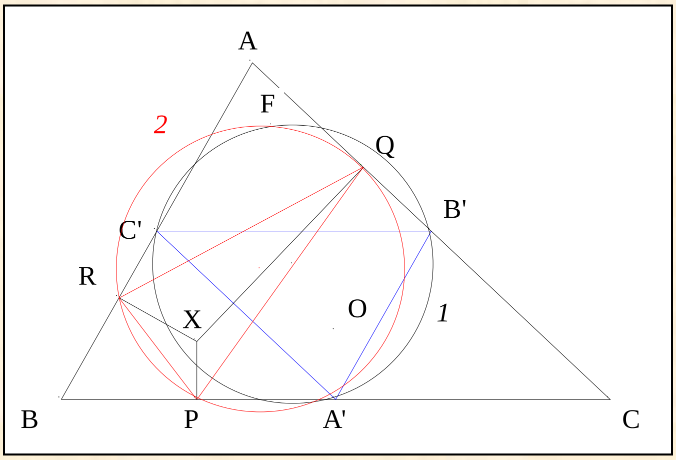
OU

LE POINT DE GRIFFITHS - FONTENÉ

1. Le deuxième théorème

VISION

Figure :

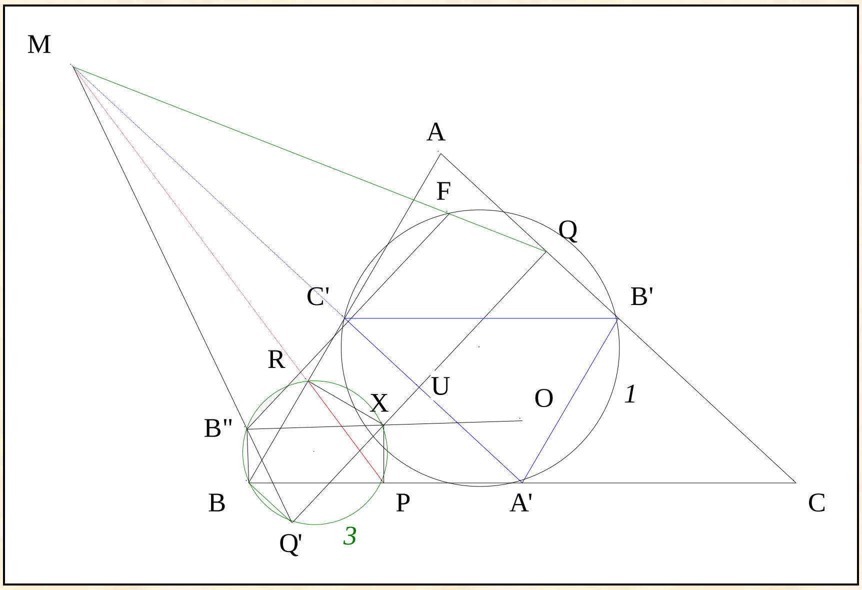


Traits :	ABC	un triangle,
	O	le centre du cercle circonscrit à ABC,
	A'B'C'	le triangle médian de ABC,
	1	le cercle d'Euler de ABC,
	X	un point,
	PQR	le triangle X-pédal de ABC,
	F	le point de Fontené de O et X relativement à ABC
et	*2*	le cercle circonscrit à PQR.

Donné : *2* passe par F. [18]

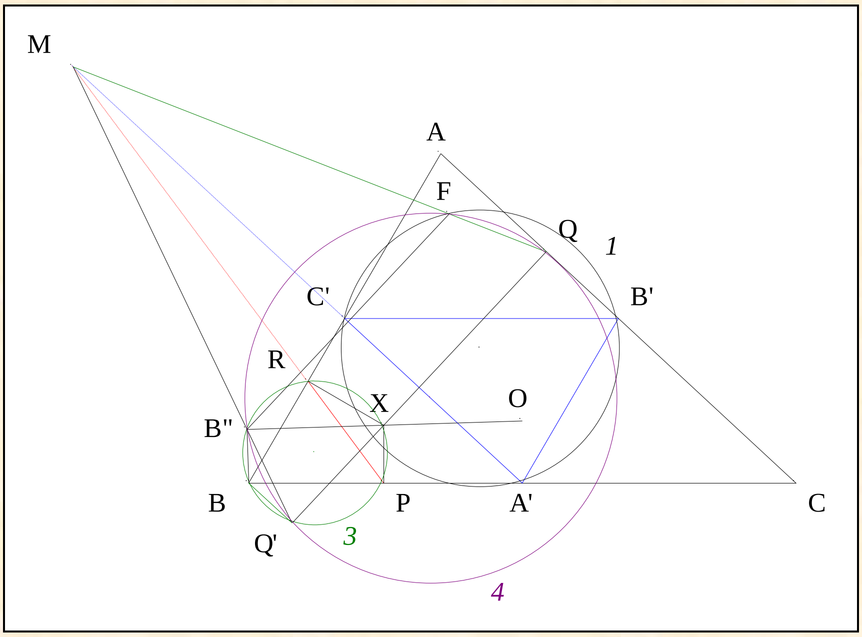
VISUALISATION

[18] Fontené G., Sur le cercle pédal, *Nouvelles Annales* **65** (1906) 55-58



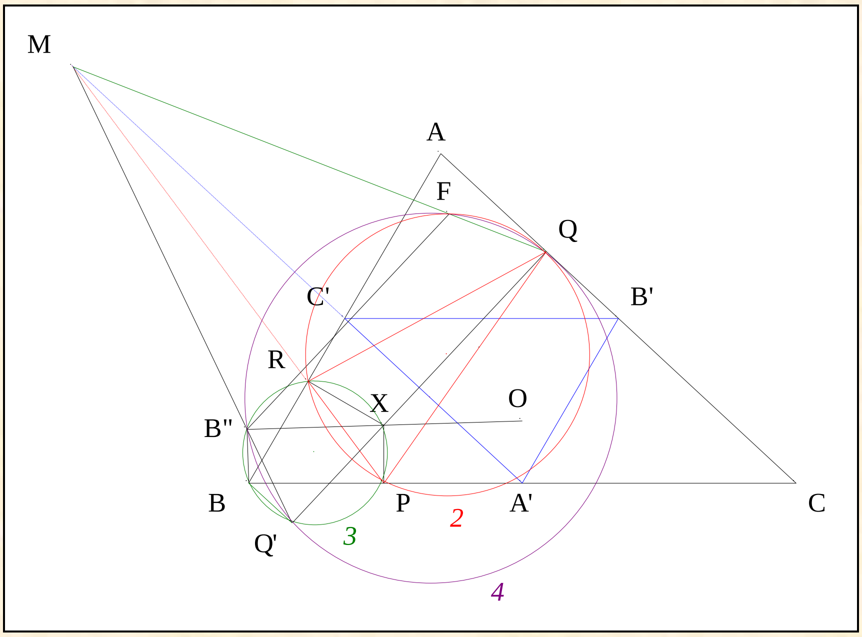
- Notons M le point d'intersection de (RP) et (C'A'),
  B" le pied de la perpendiculaire abaissée de B sur (OX),
  3 le cercle de diamètre [BX],
  et Q' le second point d'intersection de (XQ) avec *3*.

- D'après **B. 1.** Le premier théorème de Fontené, **(1)** Q, F et M sont alignés
  (2) Q', B" et M sont alignés
  (3) FB"Q'Q est un trapèze isocèle.



- F étant le symétrique de B" par rapport à (C'A'), le trapèze FB"Q'Q est isocèle ;
  en conséquence, FB"Q'Q est cyclique.

- Notons *4* ce cercle.



- D'après Monge "Le théorème des trois cordes" (Cf. Annexe **3**), P, Q, R et F sont cocycliques.
- **Conclusion :** *2* passe par F.

Scolies :

(1) F dépend de (OX) i.e. de la droite passant par O

(2) *2* est le cercle X-pédal de PQR

(3) La formulation dynamique de John Griffiths[19] en 1857 :

lorsque un point se déplace sur une droite fixe passant par le centre du cercle circonscrit d'un triangle,
son cercle pédal passe par un point fixe du cercle d'Euler du triangle.

(4) En notant D_0 une droite passant par O,
F est "le point de Griffiths-Fontené de D_0 relativement à ABC"

(5) Dans la récente littérature, le résultat de John Griffiths qu'il ne faut pas confondre avec le professeur H. B. Griffiths, est appelé "Deuxième théorème de Fontené".

Note historique : Une preuve de ce résultat peut aussi être vue sur le site de Darij Grinberg [20].

Une courte biographie : John Griffiths est né en 1837 ou 38 près de Kidwelly dans le Carmarthenshire (Galles, Grande-Bretagne). Il commence ses études à Grammar School de Cowbridge, l'une des meilleures écoles du pays de Galles. Il termine en 1857 son secondaire au Jesus College d'Oxford.
En 1863, il devient Fellow au Jesus College et écrit en 1867 *Notes on the geometry of the plane triangle* [21] en recourrant à la géométrie analytique. Ce professeur de nature très timide enseignera dans ce College jusqu'à sa mort.
Il décède en mai 1916 dans son village natal.

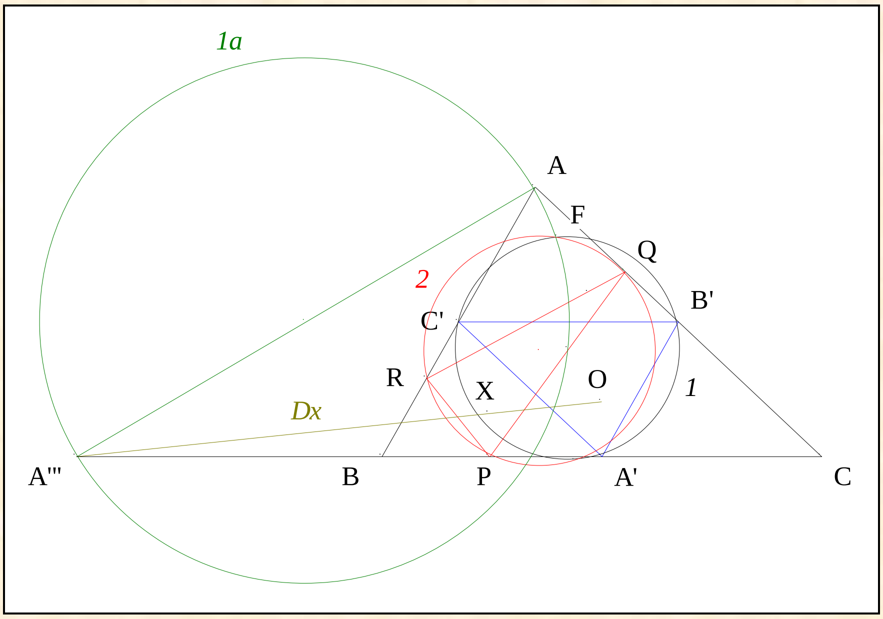
---

19 Griffiths J., *Educational Times* (1857)
20 Grinberg D., Generalization of the Feuerbach point ; http://www.cip.ifi.lmu.de/~grinberg/
21 http://books.google.fr/

2. La question d'Éric Danneels [22]

VISION

Figure :



Traits : aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons

A''' le point d'intersection de *Dx* et (BC),

et *1a* le cercle de diamètre [AA'''].

Donné : *1a* passe par F. [23]

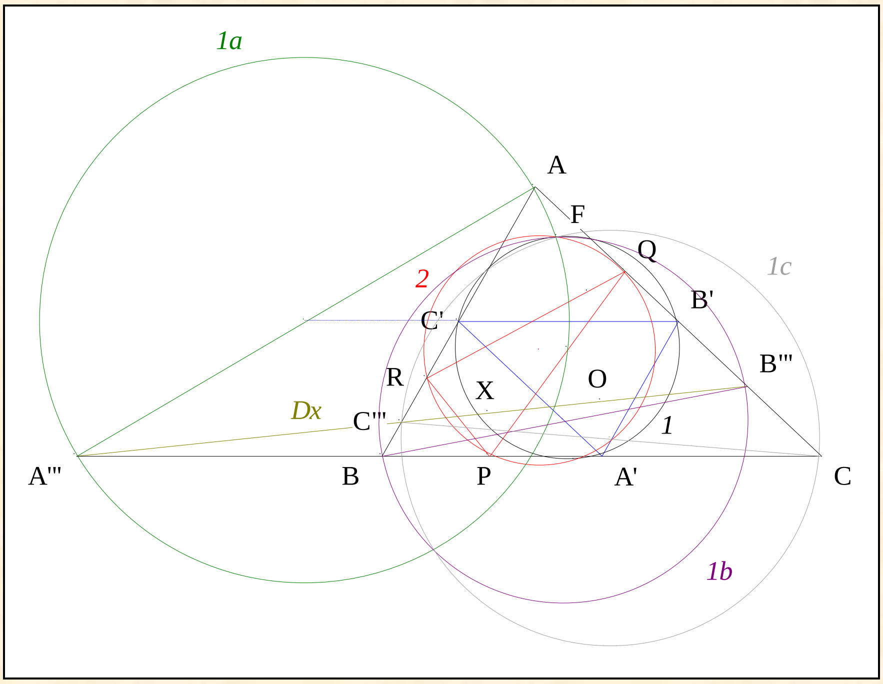
VISUALISATION

- **Scolies :** **(1)** *1a* est le A'''-cercle pédal de ABC
  (2) A''' est sur *Dx*.
- **Conclusion :** d'après B. Le second théorème de Griffiths-Fontené, *1a* passe par F.

Scolies : **(1)** deux autres cercles passant par F

[22] Danneels de Bruges (Flandre-Occidentale, Belgique)

[23] Danneels E., how to proof Fontene theorems?, Message *Hyacinthos* # **8794** du 08/12/2003 ; https://groups.yahoo.com/neo/groups/Hyacinthos/conversations/messages/8794



- Notons B''', C''' les points d'intersection resp. de *Dx* avec (CA), (AB)
  et *1b*, *1c* les cercles de diamètre resp. [BB'''], [CC'''].

- **Conclusion :** d'après **B.** Le second théorème de Griffiths-Fontené, *1b* passe par F
  1b passe par F.

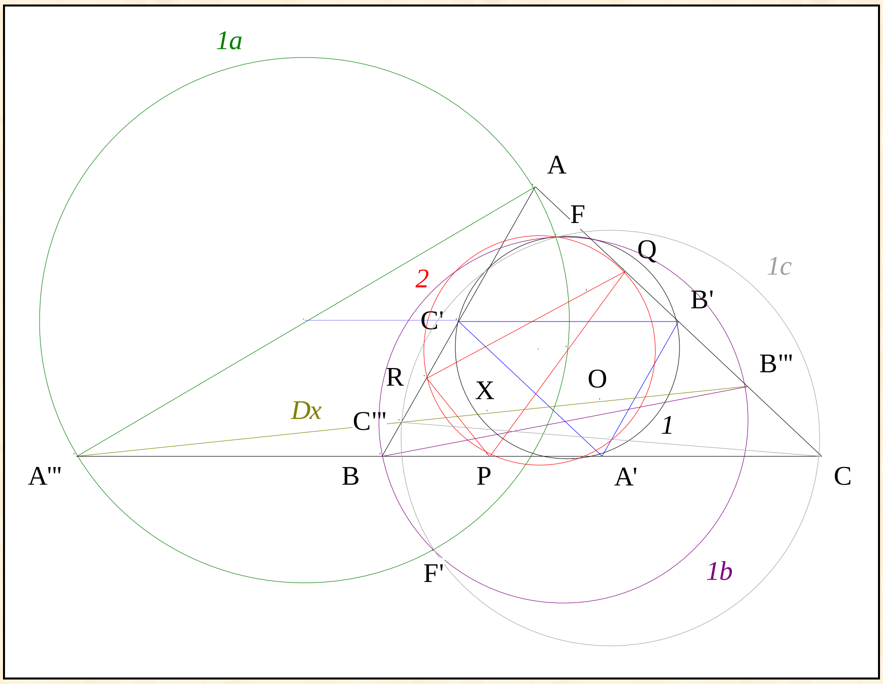
Note historique : Darij Grinberg [24] a en donné une réponse.
Éric Danneels de Bruges (Flandre-Occidentale, Belgique) est un géomètre qui participe activement au site ETC de Clark Kimberling [25].

(2) Trois cercles coaxiaux à points de base

---

[24] Griberg D., how to proof Fontene theorems?, Message *Hyacinthos* # **8796** du 08/12/2003 ; https://groups.yahoo.com/neo/groups/Hyacinthos/conversations/messages/8796

[25] Kimberling C. ; http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html



- D'après Bodenmiller "Trois céviennes diamétrales" (Cf. Annexe **4**) appliqué à ABC et à la ménélienne *Dx*, *1a*, *1b* et *1c* étant concourants en F, concourent en un second point.

- Notons F' ce second point de concours.

- **Conclusion :** *1a*, *1b* et *1c* sont trois cercles coaxiaux à points de base F et F'.

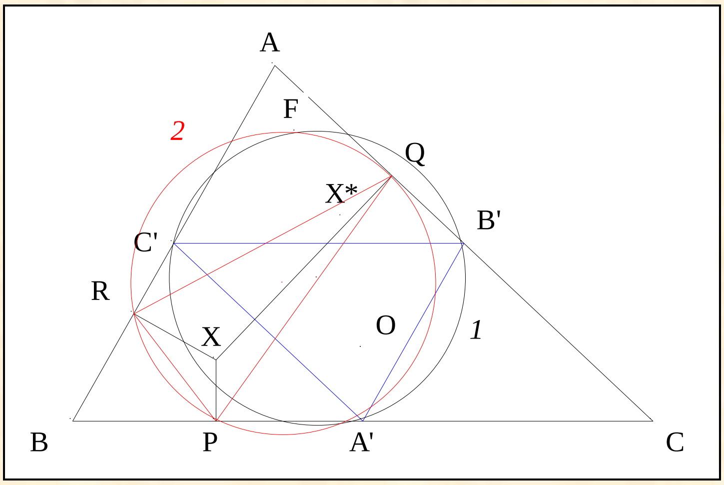
C. LE TROISIÈME THÉORÈME DE FONTENÉ

OU

LE POINT GÉNÉRALISÉ DE FEUERBACH

VISION

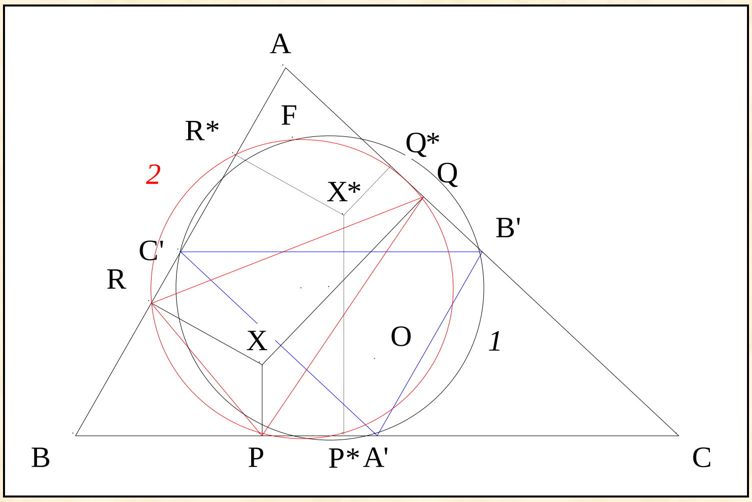
Figure :



Traits : ABC un triangle,
O le centre du cercle circonscrit à ABC,
A'B'C' le triangle médian de ABC,
1 le cercle d'Euler de ABC,
X un point,
PQR le triangle X-pédal de ABC,
F le point de Fontené de O et X relativement à ABC,
2 le cercle circonscrit à PQR
et X* l'isogonal de X relativement à ABC.

Donné : *si,* X* est sur (OX) *alors,* *2* est tangent à *1* en F. [26]

VISUALISATION



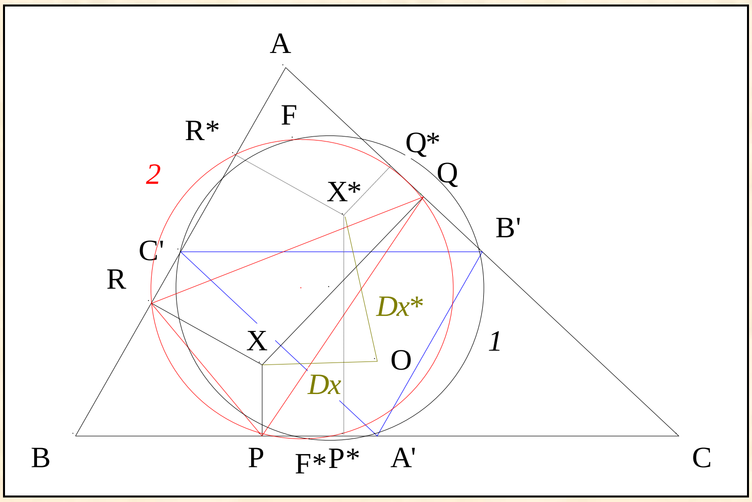
- Commençons par un "relachement" de la contrainte i.e. où X est un point en position générale.

- Notons P*Q*R* le triangle X*-pédal de ABC.

- D'après Mathieu "The pedal circle theorem" (Cf. Annexe **5**), *2* est le cercle circonscrit à P*Q*R*.

---

[26] Fontené G., Extension du théorème de Feuerbach, *Nouvelles Annales* **5** (1905) 504-506
Fontené G., Sur les points de contact du cercle des neuf points d'un triangle avec les cercles tangents aux trois côtés, *Nouvelles Annales* **5**, (1905) 529-538
Fontené G., Sur le cercle pédal, *Nouvelles Annales* **65** (1906) 55-58



- Notons *Dx*, *Dx** les droites resp. (OX), (OX*)
  et F* le point de Fontené de O et X* relativement à ABC.

- **Scolies :** **(1)** F* est sur *1* et *2*
  (2) F* le second point d'intersection de *1* et *2*
  (3) *1* et *2* sont sécants en F et F*.

- La contrainte : *Dx* = *Dx** i.e. X* est sur (OX).

- En conséquence, F et F* sont confondus.

- **Conclusion :** *2* est tangent à *1* en F.

Note historique : une preuve de ce résultat peut être vue sur le site de Dick Klingens [27].

---

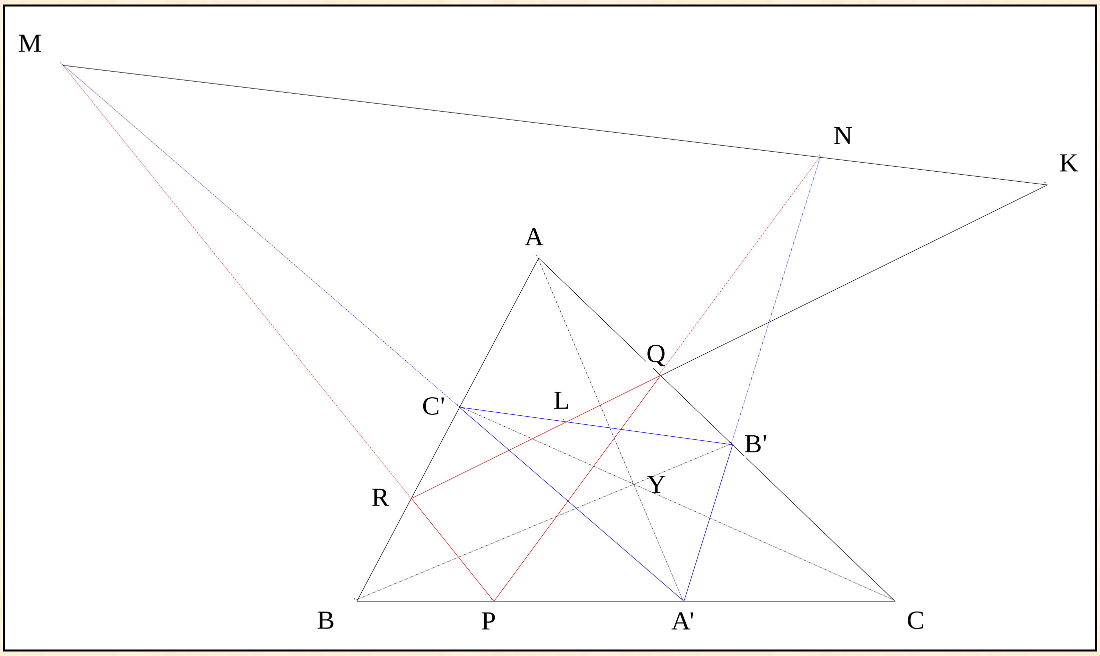
27 http://www.pandd.demon.nl/isogon2.htm , Stelling **6**

D. APPENDICE

1. Un lemme

VISION

Figure :

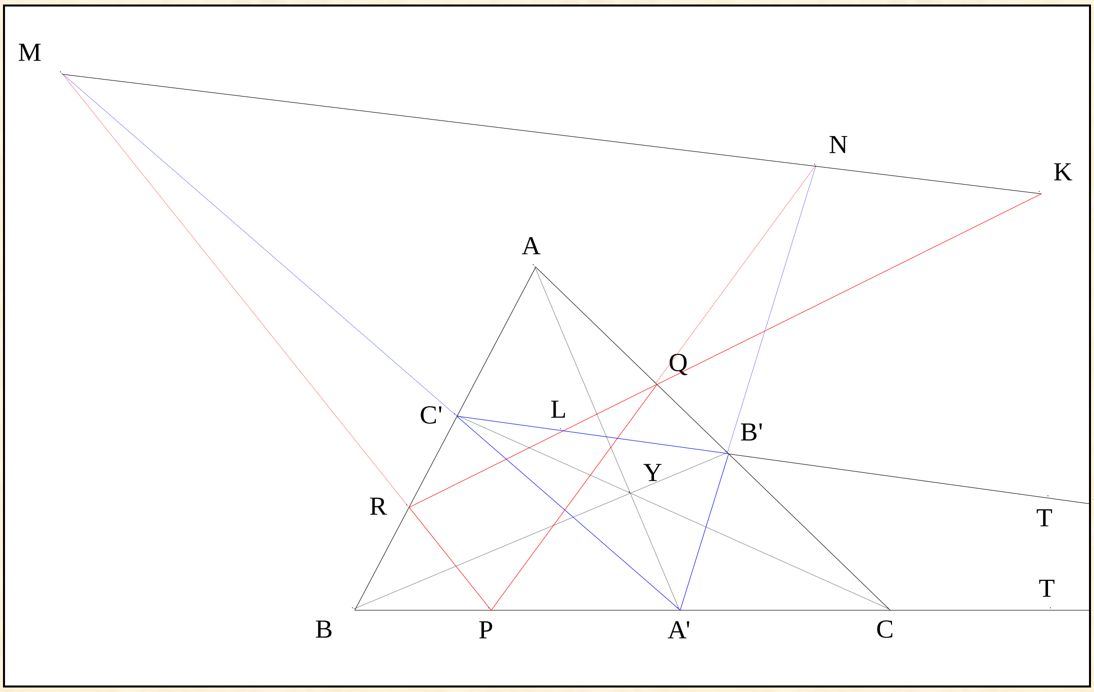


Traits : ABC un triangle,
Y un point,
A'B'C' le triangle Y-cévien de ABC,
PQR un triangle inscrit de ABC
L, M, N les points d'intersection resp. de (QR) et (B'C'), (RP) et (C'A'), (PQ) et (A'B'),
et K le point d'intersection de (QR) et (MN).

Donné : le quaterne (R, Q, L, K) est harmonique. [28]

VISUALISATION

[28] Vittas K., Three concurrent lines # **3**, *Mathlinks* du 31/07/2009 ;
http://www.mathlinks.ro/Forum/viewtopic.php?p=1574902#1574902

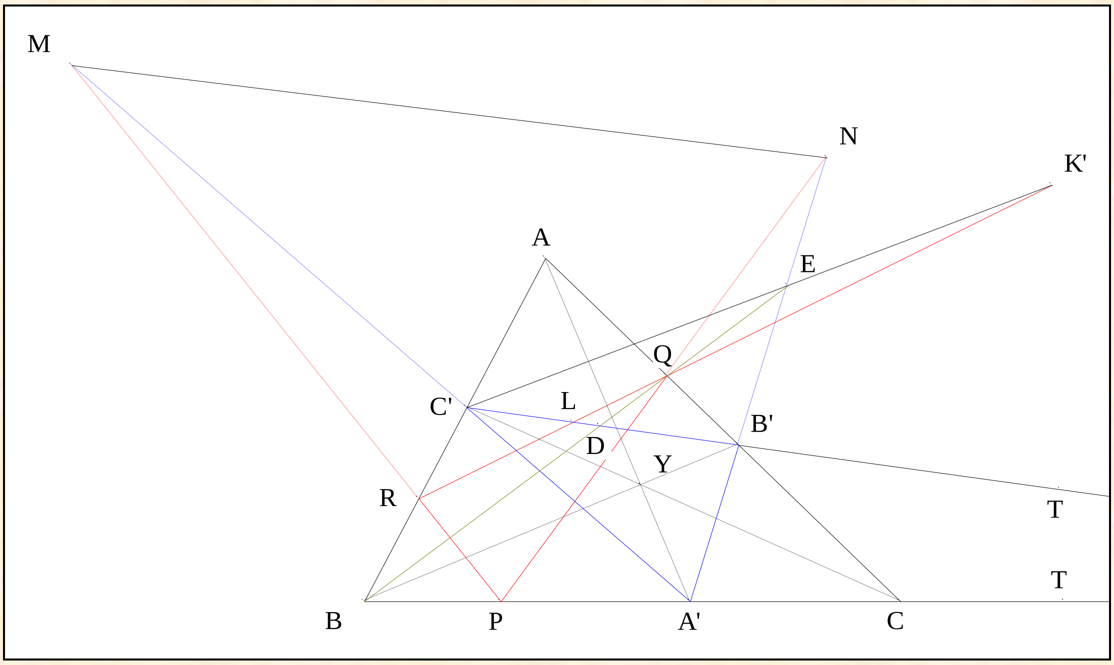


- Notons T le point d'intersection de (BC) et (B'C').

- D'après Pappus "Diagonales d'un quadrilatère complet" (Cf. Annexe **6**) appliqué au quadrilatère AC'YB', le quaterne (B, C, A', T) est harmonique.

- Par définition, le pinceau (B' ; B, C, A', T) est harmonique.

- Notons *Pb'* ce pinceau.



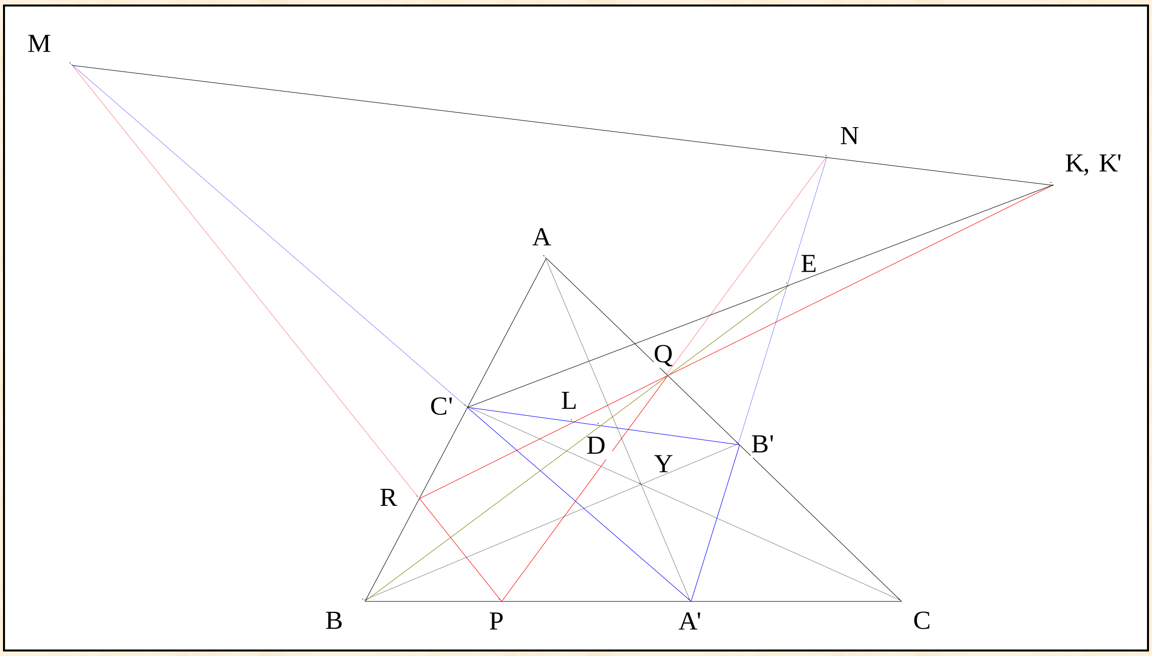
- Notons D, E les points d'intersection resp. de (BQ) et (B'C'), de (BQ) et (B'A').

- Considérons la transversale (BQ) de *Pb'* ;
  en conséquence, le quaterne (B, Q, E, D) est harmonique.

- Par définition, le pinceau (C' ; B, Q, E, D) est harmonique.

- Notons *Pc'* ce pinceau
  et K' le point d'intersection de (C'E) et (QR).

- Considérons la transversale (QR) de *Pc'* ;
  en conséquence, le quaterne (R, Q, K', L) est harmonique.



- D'après Desargues "Le théorème des deux triangles" (Cf. Annexe **7**)
  appliqué aux triangles perspectifs C'RM et EQN d'axe (BPA'),
  (C'E), (RQ) et (MN) sont concourantes en K' ;
  en conséquence, K' et K sont confondus.

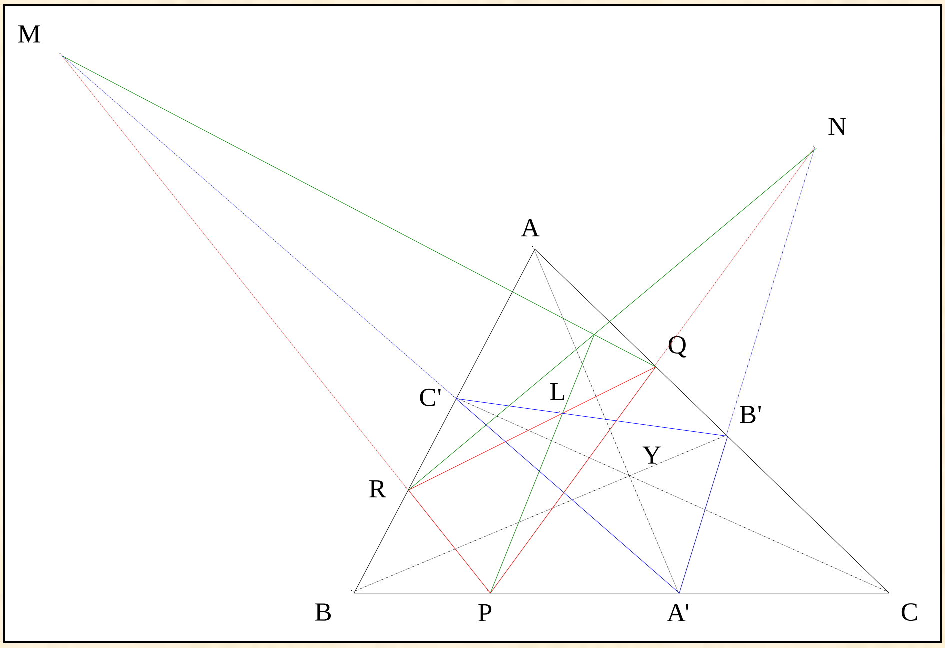
- **Conclusion :** le quaterne (R, Q, K, L) est harmonique.

2. La preuve de Kostas Vittas [29]

VISION

Figure :

[29] Vittas K., Three concurrent lines # **3**, *Mathlinks* du 31/07/2009 ;
http://www.mathlinks.ro/Forum/viewtopic.php?p=1574902#1574902



Traits :		ABC	un triangle,
		Y	un point,
		A'B'C'	le triangle Y-cévien de ABC,
		PQR	un triangle inscrit de ABC
	et	L, M, N	les points d'intersection resp. de (QR) et (B'C'), (RP) et (C'A'), (PQ) et (A'B').

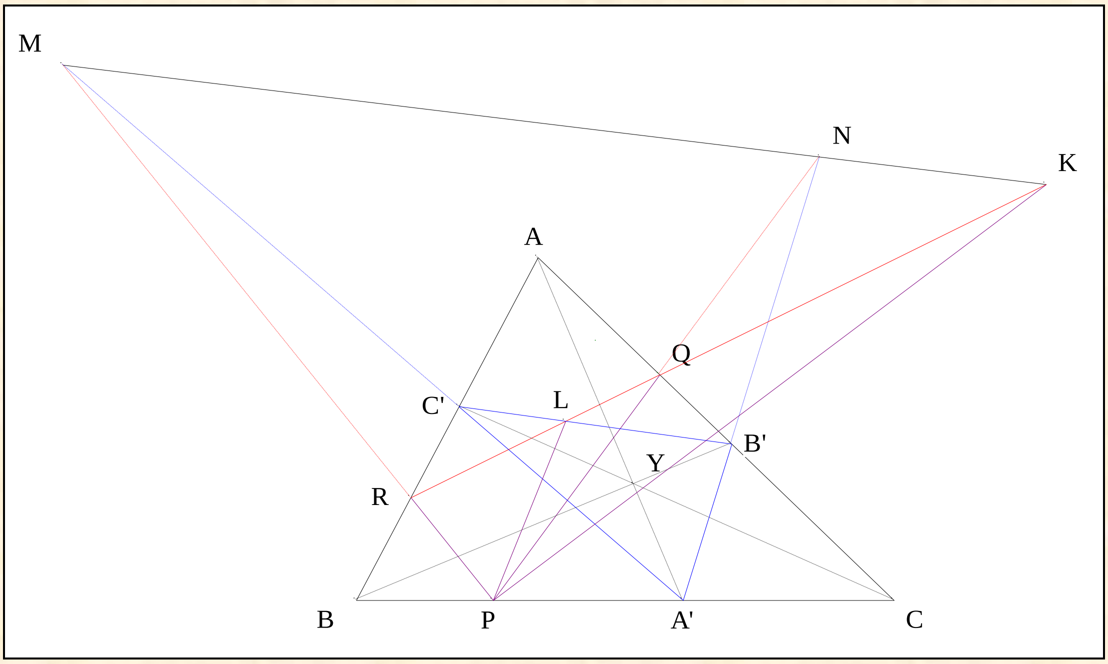
Donné : (PL), (QM) et (RN) sont concourantes. [30]

VISUALISATION [31]

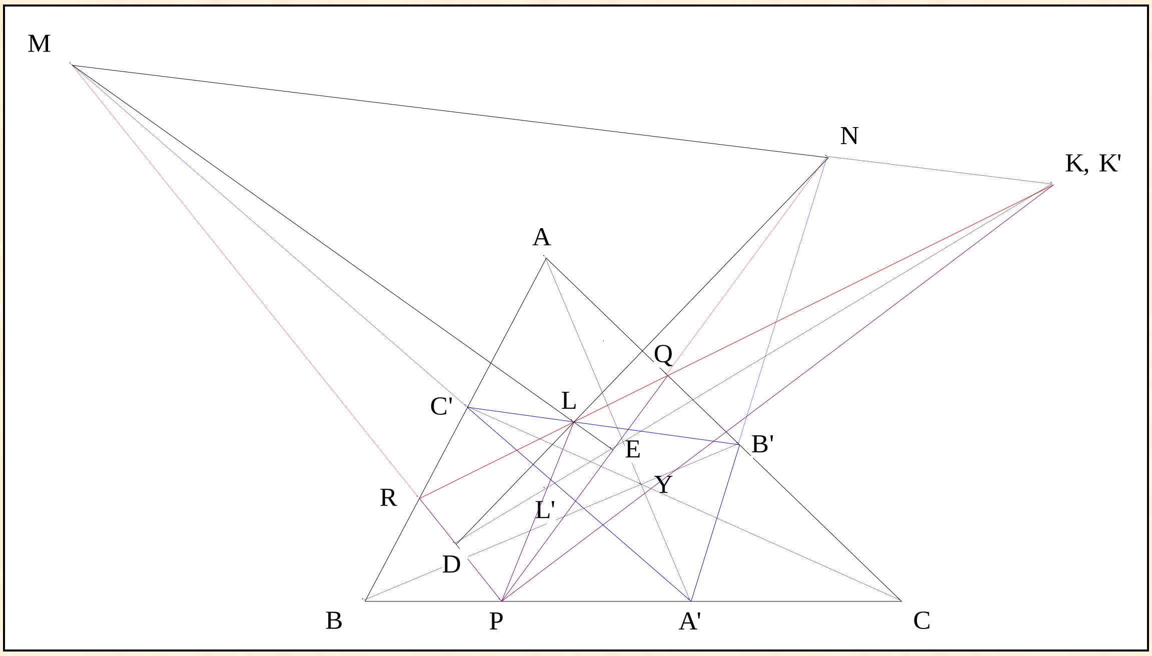
---

30 Ayme J.-L., résultat personnel du 21/03/2004.
Ayme J.-L., Three concurrent lines, *Mathlinks* du 26/07/2009 ;
http://www.mathlinks.ro/Forum/viewtopic.php?p=1574902#1574902 ;
A new result ?, Message *Hyacinthos* # **18056** du 27/07/2009 ; http://tech.groups.yahoo.com/group/Hyacinthos/

31 Vittas K., Three concurrent lines # **3**, *Mathlinks* du 31/07/2009 ;
http://www.mathlinks.ro/Forum/viewtopic.php?p=1574902#1574902

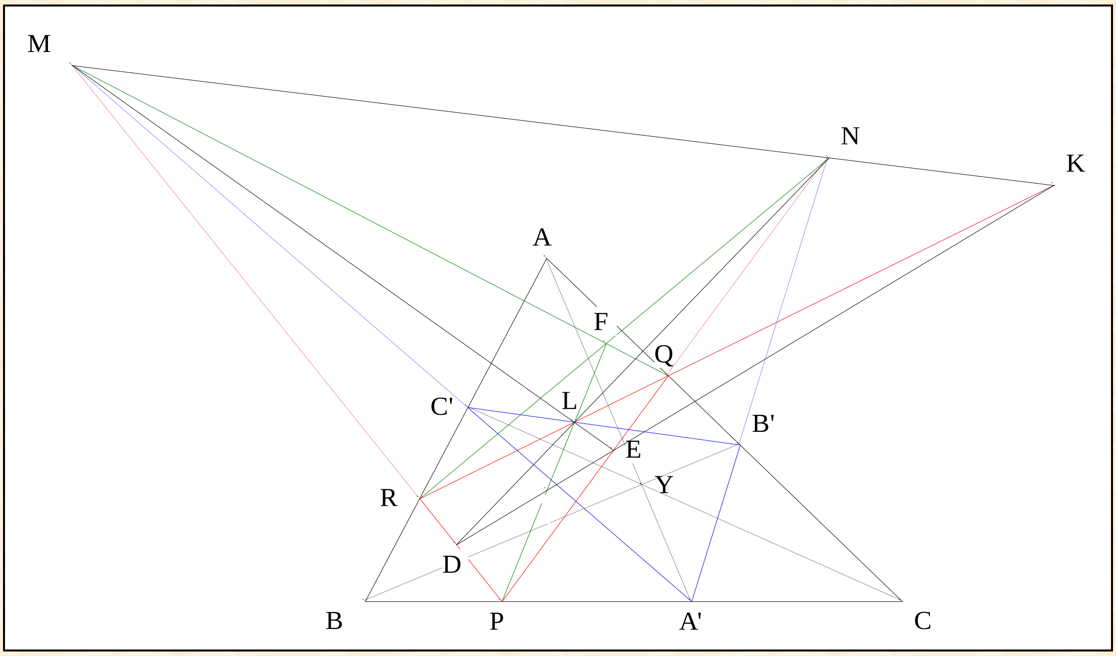


- Notons K le point d'intersection de (QR) et (MN).
- D'après **D. 1.** Un lemme, le quaterne (R, Q, K, L) est harmonique.
- Par définition, le pinceau (P ; R, Q, K, L) est harmonique.
- Notons *Pp* ce pinceau.



- Notons D, E les points d'intersection resp. de (PR) et (LN), (PQ) et (LM),
  et L', K' les points d'intersection de (DE) resp. avec (PL), (QR).
- Considérons la transversale (DE) de *Pp* ;
  en conséquence, le quaterne (D, E, K', L') est harmonique ;
  par définition, le pinceau (P ; D, E, K', L') est harmonique.
- Notons *P'p* ce pinceau.

- *P'p* et *Pp* ayant trois rayons en communs, les rayons (PK) et (PK') sont confondus
  ce qui revient à dire que K' et K sont confondus et que (DE) passe par K.



- Notons F le point d'intersection de (QM) et (RN).

- D'après Desargues "Le théorème des deux triangles" (Cf. Annexe **7**)
  appliqué aux triangles perspectifs PDE et FNM d'axe (RKQ),
  (PF), (DN) et (EM) sont concourantes en L.

- **Conclusion :** (PL), (QM) et (RN) sont concourantes.

3. Une courte biographie de Kostas Vittas

Kostas Vittas est né Grèce en 1949.
Il termine ses études d'Architecture à l'université d'Athènes en 1973 et se consacre principalement à la construction de maisons privées.
Il se marie avec l'ingénieure Jane Strofila, s'installe à Marousi, une banlieue d'Athènes, et aura trois enfants de cette union, Nikos, Giorgos et Alejandros. C'est en 1999 que Kostas redécouvre sa passion pour la Géométrie en commençant par résoudre comme un débutant des problèmes de cette ancestrale discipline. Cette passion pour la Géométrie qui l'habitait déjà lorsqu'il était un jeune lycéen, il la partage largement aujourd'hui avec les membres

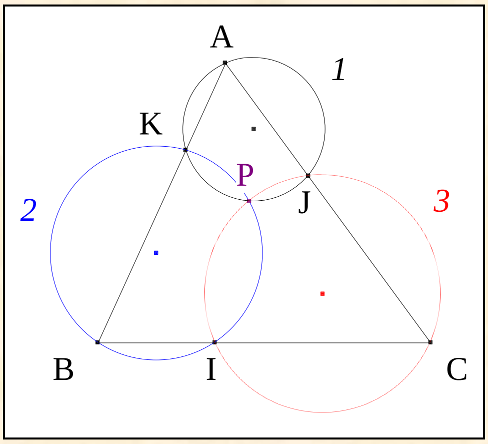
du célèbre site *Mathlinks* où il apparaît comme un "solver" de talent.
Il prend sa retraite en août 2009 et m'a confié qu'il envisageait d'écrire prochainement un recueil d'exercices de Géométrie.

Pour terminer, il ajoutait

I can only say that I am glad to participate in the Greec Mathematical forum mathematica last two years and also I am happy because its co-ordinators choosed me as a member of the manager's office of this forum, although I am not a Mathematician.

E. ANNEXE

1. Le théorème du pivot [32]

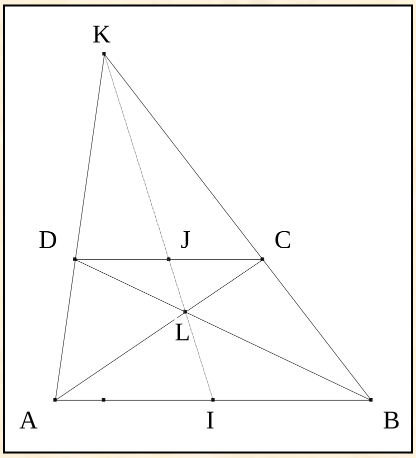


Traits :	*1, 2, 3*	trois cercles sécants deux à deux,
	K, P	les points d'intersection de *1* et *2*,
	I	l'un des points d'intersection de *2* et *3*,
	J	l'un des points d'intersection de *3* et *1*,
	A	un point de *1*,
	B	le second point d'intersection de la monienne (AK) avec *2*
et	C	le second point d'intersection de la monienne (BI) avec *3*.

Donné : (CJA) est une monienne de *3* et *1* *si, et seulement si,* *3* passe par P.

2. Le trapèze complet

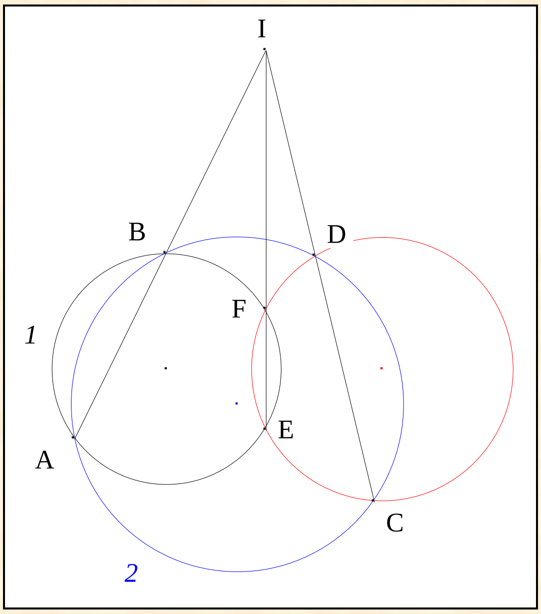
[32] Miquel, Théorèmes de Géométrie, *Journal de mathématiques pures et appliquées* de Liouville vol. **1**, **3** (1838) 485-487



Traits :	ABCD	un quadrilatère,
	I	le milieu de [AB],
	J	le milieu de [CD],
	K	le point d'intersection de (AD) et (BC),
et	L	le point d'intersection de (AC) et (BD).

Donné : ABCD est un trapèze de bases (AB) et (CD)
si, et seulement si,
I, J, K et L sont alignés.

3. Le théorème des trois cordes [33]

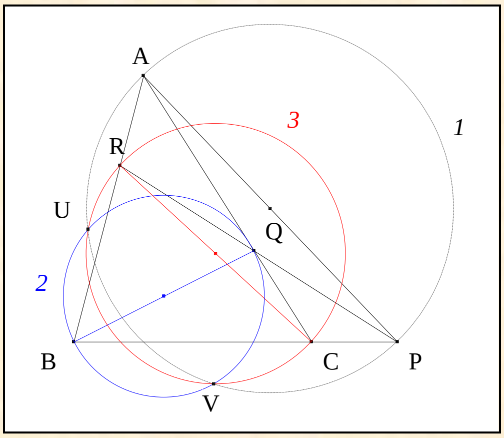


Traits :	*1*, *2*	deux cercles sécants,
	A, B	les points d'intersection de *1* et *2*,
	C, D	deux points de *2*,
	E, F	deux points de *1*
et	I	le point d'intersection de (AB) et (CD).

Donné : C, D, E et F sont cocycliques
si, et seulement si,
(AB), (CD) et (EF) sont concourantes en I.

[33] Monge, d'après Poncelet, *Traité des propriétés projectives des figures*, **I** (1822) 40

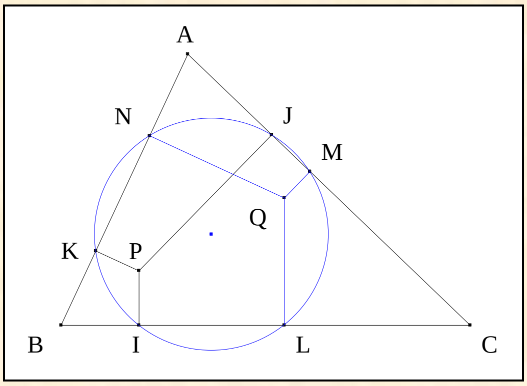
4. Trois céviennes diamétrales [34]



Traits : ABC		un triangle acutangle,
	P, Q, R	trois points de (AB), (BC), (CA),
	1, *2*, *3*	les cercles de diamètre [AP], [BQ], [CR]
et	U, V	les points d'intersection de *2* et *3*.

Donné : (PQR) est une ménélienne *si, et seulement si,* *1* passe par U et V.

5. Le cercle de Mathieu ou The pedal circle theorem [35]



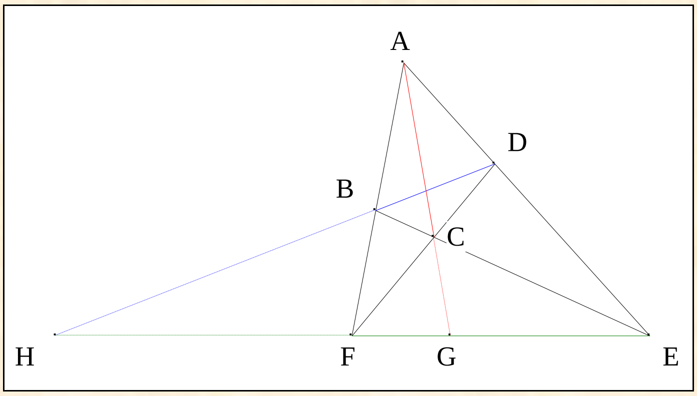
Traits :	ABC	un triangle,
	P	un point non situé sur le cercle circonscrit de ABC,
	I, J, K	les pieds des perpendiculaires abaissées de P resp. sur (BC), (CA), (AB),
	Q	l'isogonal de P relativement à ABC
et	L, M, N	les pieds des perpendiculaires abaissées de Q resp. sur (BC), (CA), (AB).

Donné : I, J, K, L, M et N sont cocycliques.

6. Diagonales d'un quadrilatère complet [36]

---

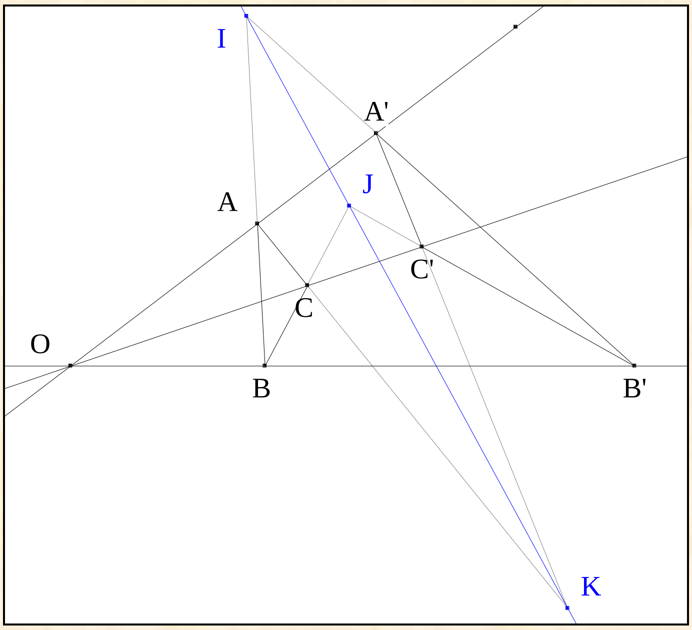
[34] Bodenmiller, *Analytische Sphärik*, Cologne (1830) 138
[35] Mathieu J.J.
[36] Pappus, *Collections*, Livre **7**, proposition **131**



Traits : ABCD un quadrilatère,
E, F les points d'intersection resp. de (AD) et (BC), de (AB) et (CD),
et G, H le point d'intersection resp. de (AC) et (EF), de (BD) et (EF).

Donné : la quaterne (E, F, G, H) est harmonique.

7. Le théorème des deux triangles [37]



Traits : ABC un triangle,
A'B'C' un triangle tel que (AA') et (BB') soient concourantes,
O le point de concours de (AA') et (BB'),
I le point d'intersection de (AB) et (A'B'),
J le point d'intersection de (BC) et (B'C')
et K le point d'intersection de (CA) et (C'A').

Donné : (CC') passe par O *si, et seulement si,* I, J et K sont alignés.

[37] Bosse A. (1602-1676), *Perspective et de la Coupe des pierres*