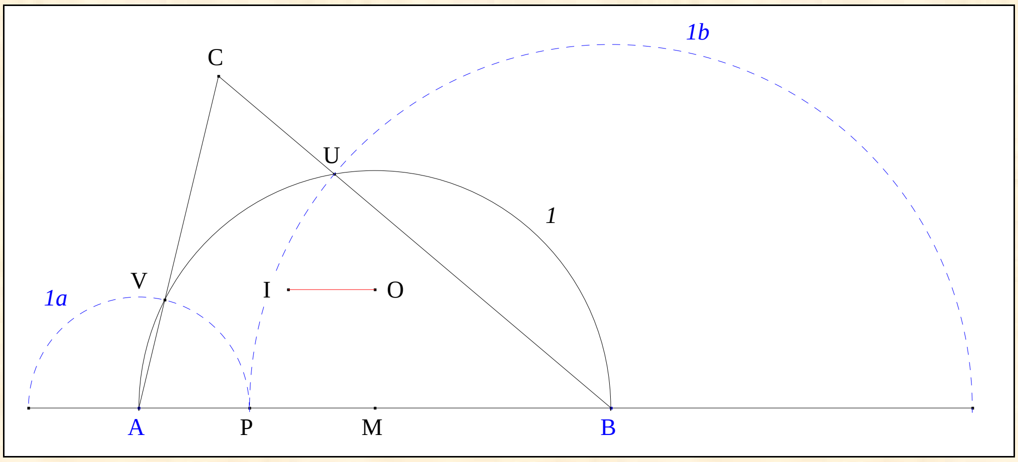
UN PROBLÈME ALLEMAND

THALÈS * ARCHIMÈDE * POLIANSKY * AYME * HUKE

DE LONGCHAMPS * AYME * TROTABAS

Tu regardes passer les instants sans laisser de trace,
tu trouves une satisfaction à dire que tu vis,
mais tu ne penses pas, tu ne raisonnes pas, tu ne ressens pas
et
cela satisfait ceux qui tiennent entre leurs mains
les importantes décisions pour l'humanité
dans
laquelle tu te trouves.

Jean - Louis AYME [1]



Résumé. Du point de vue de l'auteur, les vagues quotidiennes de problèmes de la Géométrie du triangle qui déferlent sur les sites appropriés sont comparables à celles d'un océan en furie.
En clair, pour celui qui s'y aventure, il n'y a pas de but, il n'y a qu'un chemin. La géométrie du triangle est ce chemin qu'il trace sans savoir où il va.
Avec son regard tourné vers l'intériorité de la Géométrie du triangle, l'auteur associe aux théorèmes leurs auteurs qui les ont découverts, voire inventés [2] au sens traditionnel du terme.

[1] St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 31/01/2022 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Remerciements. Ils vont tout particulièrement à l'ingénieur et auteur bilingue [3] Rémy Trotabas passionné de Géométrie et d'architecture, qui m'a communiqué le joli problème de l'allemand Michael Huke ainsi que deux résultats personnels remarquables.

Abstract. From the author's point of view, the daily waves of Triangle Geometry problems that surge on the appropriate sites are comparable to those of a furious ocean.
Clearly, for those who venture there, there is no goal, there is only one way. The geometry of the triangle is this path that he traces without knowing where he is going.
With his sight turned towards the interiority of the Geometry of the triangle, the author associated with theorems their authors who discovered them, even invented [4], in the traditional sense of the term.

The figures are all in general position and all cited theorems can all be proved synthetically.

Acknowledgment. They go especially to the engineer and bilingual [5] author Rémy Trotabas passionate about geometry and architecture, who communicated to me the nice problem of the German Michael Huke as well as two remarkable personal results.

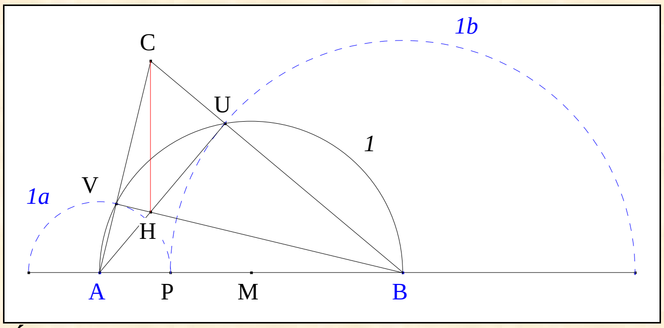
Sommaire

A. Récapitulation	3
B. Le problème de Michael Huke	5
C. Visualisation	8
Étape **1 :** Thalès de Milet * Archimède de Syracuse	9
Étape **2 :** Alex Poliansky	10
Étape **3 :** Jean-Louis Ayme	12
Étape **4 :** Michael Huke	14
D. Le développement de Rémy Trotabas	16
E. Visualisation	17
Étape **1 :** Gaston Gohierre de Longchamps	18
Étape **2 :** Jean-Louis Ayme	20
Étape **3 :** Rémy Trotabas	22
F. Lexique Français-Anglais	24

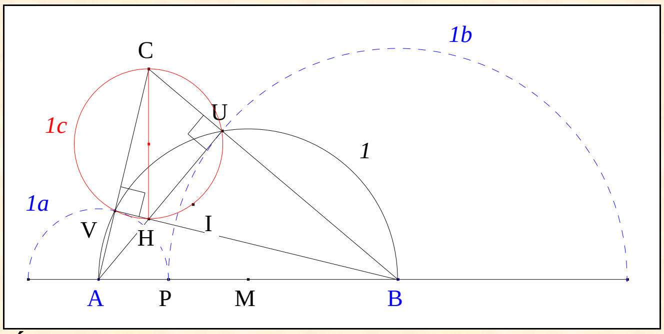
2 L'usage médiéval de ce terme évoque la découverte de reliques sacrées
3 français-allemand
4 The medieval use of this term evokes the discovery of sacred relics
5 French-German

A. RÉCAPITULAION

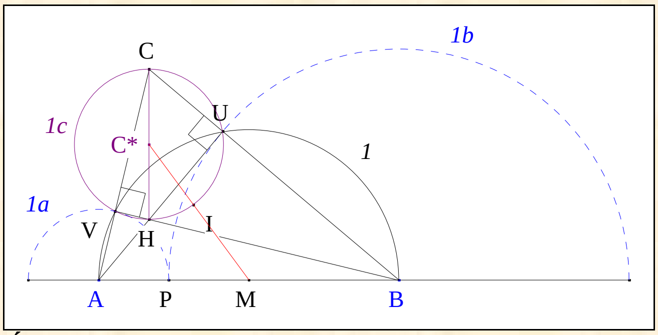
LE PROBLÈME DE MICHAEL HUKE



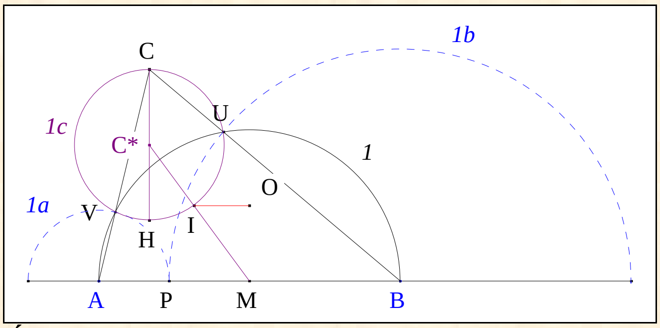
Étape 1 : (CH) est la C-hauteur du triangle CAB



Étape 2 : *1c* passe par I



Étape 3 : C*, I et M sont alignés

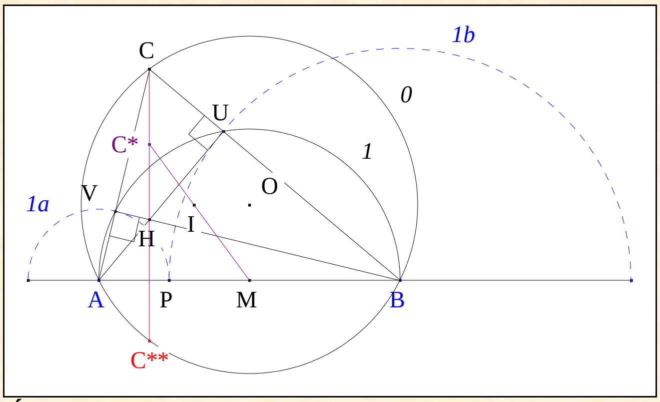


Étape 4 : (IO) est parallèle à (AB).

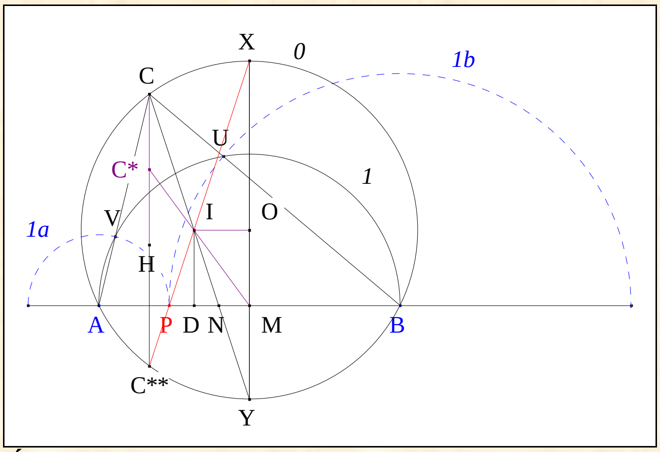
LE DÉVELOPPEMENT

DE

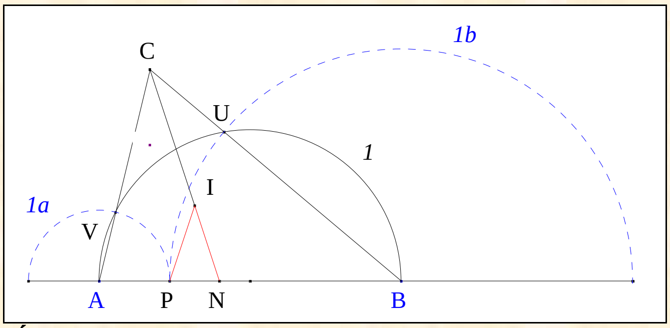
RÉMY TROTABAS



Étape 1 : C** est le C-point de De Longchamps de CAB



Étape 2 : P est sur (C**X)



Étape 3 : le triangle IPN est I-isocèle

B. LE PROBLÈME

DE

MICHAEL HUKE

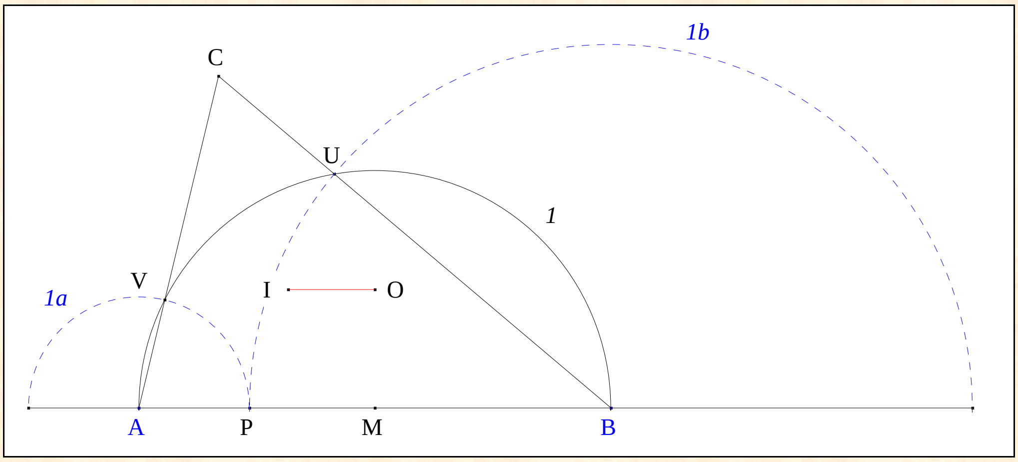
(Hofgeismar-Hümme, Hesse, Germany)

Problème **45**

Die Wurzel (September-Oktober 2021)

VISION

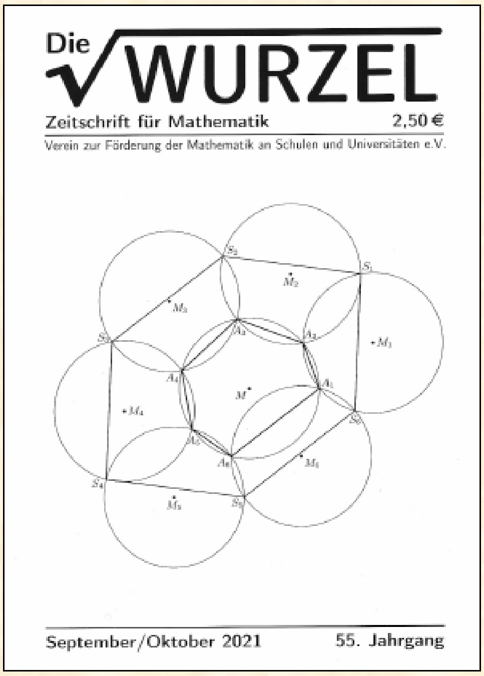
Figure :



Traits :	[AB]	un segment,
	M	le milieu de [AB],
	P	un point de]AB[,
	1	le demi-cercle de diamètre [AB] ; il a pour centre M ;
	1a, *1b*	les demi-cercles de centre A, B passant par P situés dans le même demi-plan que *1*,
	U, V	les seconds points d'intersection de *1* resp. avec *1b*, *1a*,
	C	le point d'intersection de (AV) et (BU),
et	O, I	les centres des cercles circonscrit, inscrit à ABC.

Donné : (OI) est parallèle à (AB).

Archives :



√WURZEL-Aufgaben **231**

2021-45 – Michael Huke, Hofgeismar-Hümme

Von einem Dreieck ABC seien A, B und ein Punkt P im Inneren von $\overline{AB}$ gegeben. A_1 sei der Schnittpunkt des Kreises um A mit Radius $|AP|$ mit dem Thaleskreis T über $\overline{AB}$ und B_1 sei der Schnittpunkt des Kreises um B mit Radius $|BP|$ mit T auf derselben Seite von AB wie A_1. C sei der Schnittpunkt von AA_1 und BB_1.
Man zeige, dass die Verbindungsgerade von Um- und Inkreismittelpunkt von ABC parallel zu AB ist.

Soit un segment [AB] donné et un point P quelconque sur [AB]
Les cercles (A, AP) et (B, BP) coupent le cercle de diamètre [AB] en A_1 et B_1.
C est l'intersection de (AA_1) et (BB_1).
I et U sont les centres des cercles inscrit et circonscrit de ABC.
C'' est le pied de la C-bissectrice

2. Montrer que (IU) // (AB)

Hofgeismar-Hümme est une gare située à Hümme (Hesse, Allemagne)

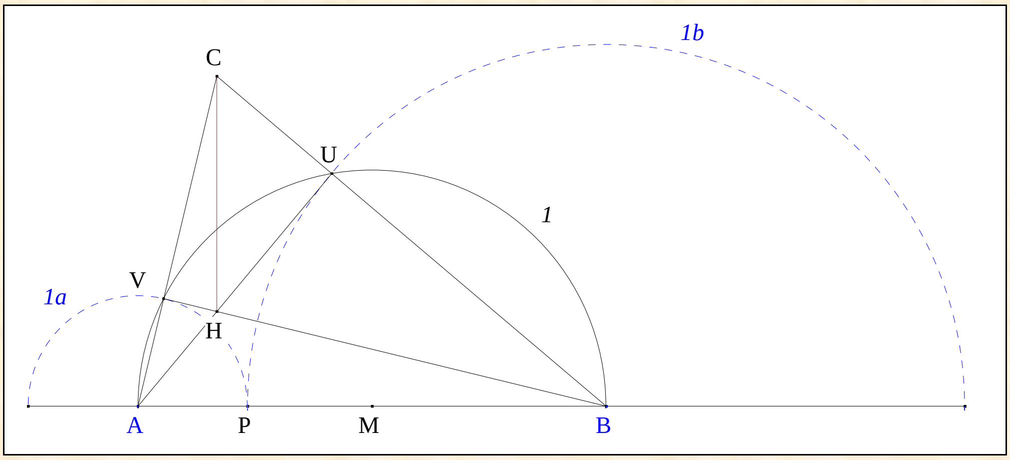
C. VISUALISATION

ÉTAPE 1

THALÈS DE MILET * ARCHIMÈDE DE SYRACUSE

VISION

Figure :



Traits :	[AB]	un segment,
	M	le milieu de [AB].
	P	un point de]AB[,
	1	le demi-cercle de diamètre [AB] ; il a pour centre M ;
	1a, *1b*	les demi-cercles de centre A, B passant par P situés dans le même demi-plan que *1*,
	U, V	les seconds points d'intersection de *1* resp. avec *1b*, *1a*,
	C	le point d'intersection de (AV) et (BU),
et	H	le point d'intersection de (AU) et (BV).

Donné : (CH) est la C-hauteur du triangle CAB.

VISUALISATION

- D'après Thalès de Milet "Triangle inscriptible dans un demi-cercle" [6], (AU), (BV) sont resp. les A, B-hauteurs de CAB.

- D'après Archimède de Syracuse [7], H étant l'orthocentre de CAB, (CH) $\perp$ (AB).

- **Conclusion :** (CH) est la C-hauteur du triangle CAB
  i.e.
  (CH) est perpendiculaire à (AB).

---

[6] la Tradition lui attribue ce résultat qui était connu des Babyloniens vers 2000 ans av. J.-C..
Euclide d'Alexandrie, *Éléments*, Livre **III**, proposition **31**

[7] Archimède de Syracuse, *Scolies*, lemme **5**
Heath T. L., *Works of Archimedes*, Cambridge (1897) Lemmas **5**
Ayme J.-L., Autour du triangle orthique, G.G.G. vol. **49**, p. 3-4 ; https:/jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

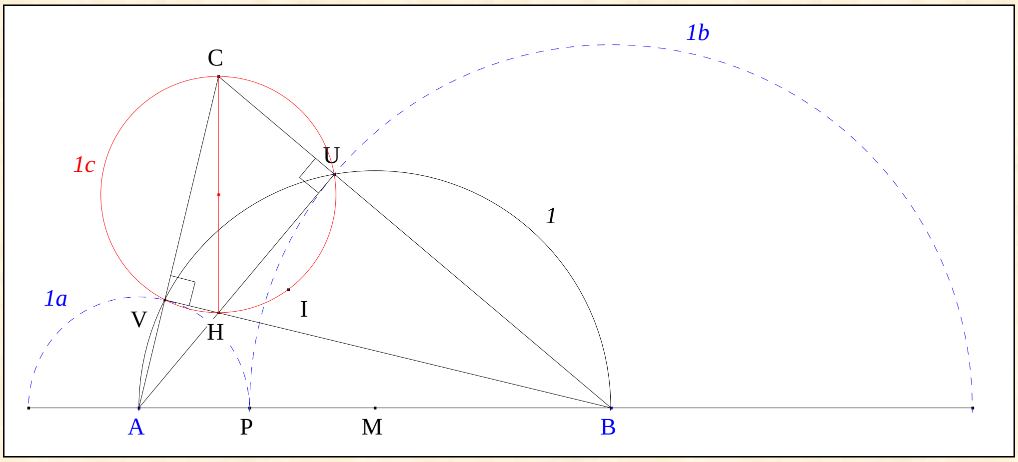
ÉTAPE 2 [8]

ALEX POLYANSKY

(Russie)

VISION

Figure :



Traits : aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons
I le centre de CAB
et *1c* le cercle de diamètre [CH].

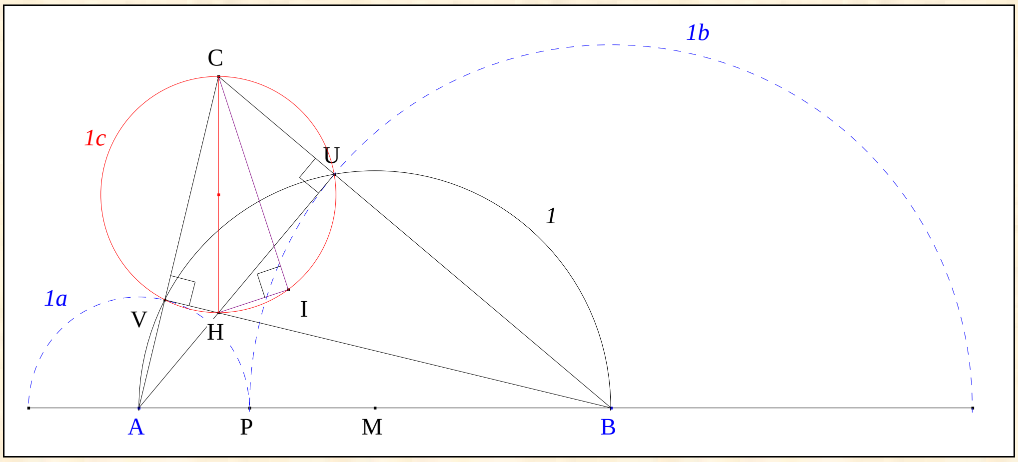
Donné : *1c* passe par I.

VISUALISATION

- D'après Thalès de Milet "Triangle inscriptible dans un demi-cercle", *1c* passe par U et V.
- **Scolie :** AB = AV + BU.
- **Conclusion :** d'après Alex Polyansky "A sparrow's lemma" [9], *1c* passe par I.
- **Scolie :** deux perpendiculaires

[8] Polyanski A., *KBAHT* **2**, (2012) 50 ; http://geometry.ru/articles/sparrowvsgunmain.pdf

[9] Ayme J.-L., A sparrow’s lemma, G.G.G. vol. **46**, p. 2-3 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/



- **Conclusion :** d'après Thalès de Milet "Triangle inscriptible dans un demi-cercle", (HI) ⊥ (CI).

Archive :

А.Полянский Воробьями по пушкам.[10]

5. Задан треугольник ABC, на его сторонах AB и BC выбраны точки C_0 и A_0 соответственно, I — центр вписанной окружности в ABC. Докажите, что окружность, описанная около треугольника A_0BC_0, проходит через I тогда и только тогда, когда $AC_0 + CA_0 = AC$. Это 2-й воробей.

[10] Polyanski A. ; *Collection of problems* ; http://geometry.ru/persons/polyansky/sparrows.pdf

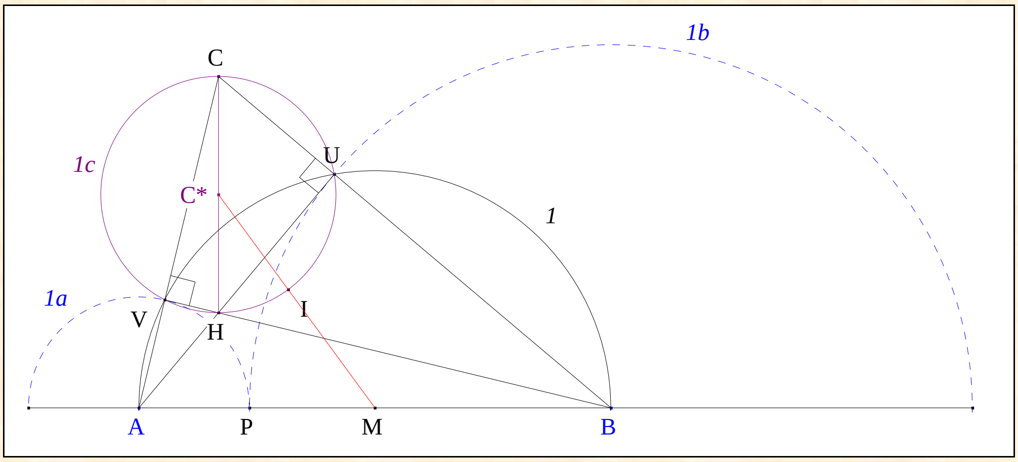
ÉTAPE 3 [11]

JEAN-LOUIS AYME

(France)

VISION

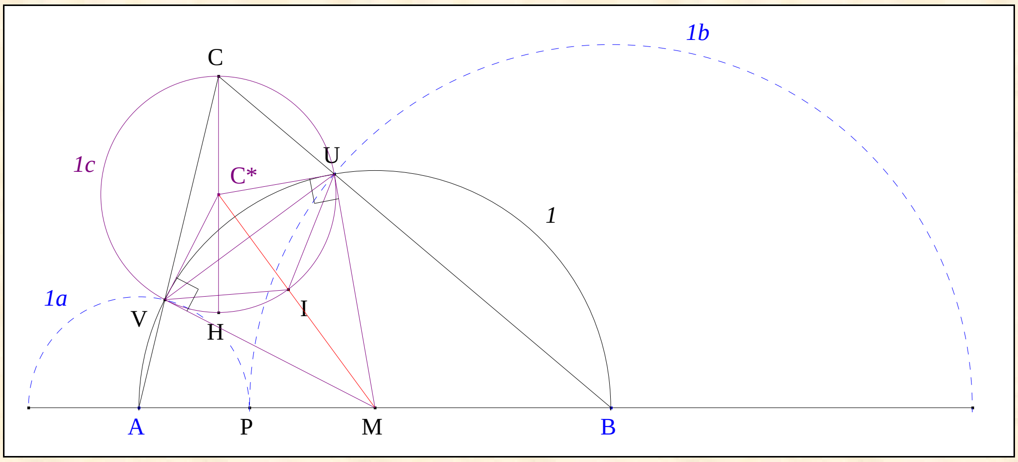
Figure :



Traits : aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons
C* le centre de *1c*.

Donné : C*, I et M sont alignés.

VISUALISATION



- D'après Problème **2**, C*U = C*V.
- (CI) étant la C-bissecrice intérieure du triangle CUV, I est le milieu de l'arc UV ne contenant pas C ; en conséquence, IU = IV.

[11] Ayme J.-L., Collinear for fun again, *Mathlinks* du /06/2010 ;
http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&p=1907052

- D'après Autour du triangle orthique **3**, Problème **1** [12], (MU) et (MV) sont tangentes à *1c* resp. en U, V ;
  en conséquence, MU = MV.

- D'après "Le théorème de la médiatrice", C*, I et M sont sur la médiatrice de [UV].

- **Conclusion :** C*, I et M sont alignés.

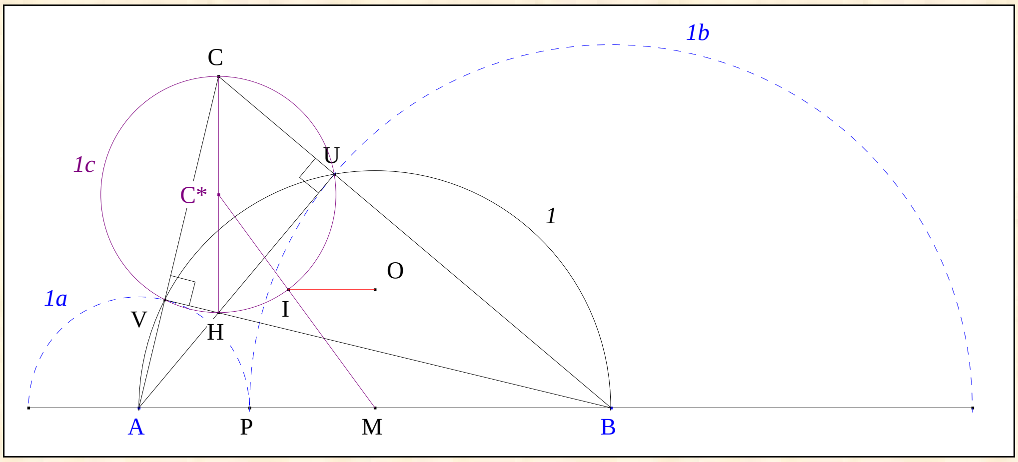
[12] Ayme J.-L., Autour du triangle orthique **3**, Problème **1**, G.G.G. vol. **49** ; https:/jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

ÉTAPE 4 [13]

MICHAEL HUKE

VISION

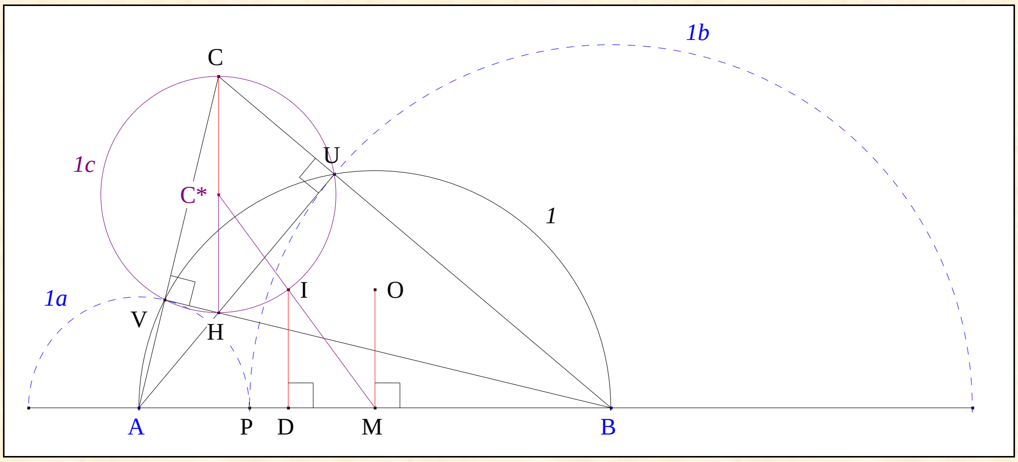
Figure :



Traits : aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons
O le centre du cercle circonscrit à CAB.

Donné : (IO) est parallèle à (AB).

VISUALISATION



- Notons D le point de contact du cercle inscrit de CAB avec (AB).

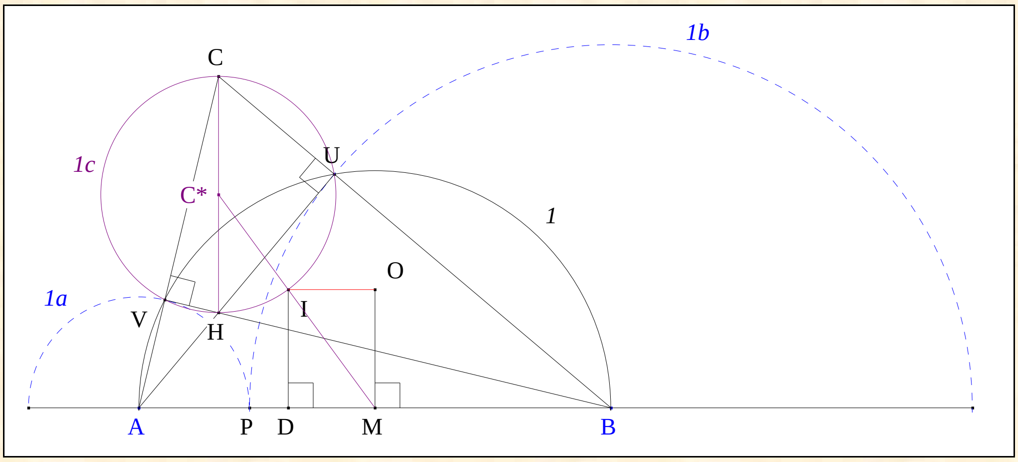
- D'après "A propos de la ponctuelle (MI)" [14], (ID) // (CC*) et ID = CC*.

- D'après Lazare Carnot "Une relation" [15], (CC*) // (OM) et CC* = OM ;

---

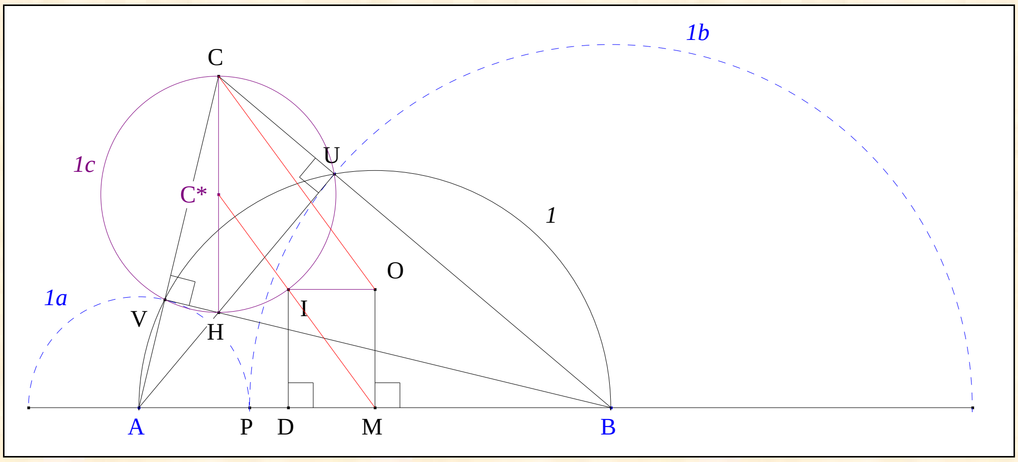
[13] Huke M., Problème **45,** *Die Wurzel* (September-Oktober 2021) 231
[14] Ayme J.-L., A propos de la ponctuelle (MI), G.G.G. vol. **7**, p. 16-17 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/
[15] Carnot L., *Géométrie de position* (1803)
Ayme J.-L., Autour du triangle orthique **2**, Problème **2**, G.G.G. vol. **49**, p. 9-10 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

par transitivité de // et de =, (ID) // (OM) et ID = OM.



- **Conclusion :** le quadrilatère IOMD étant un rectangle. (IO) est parallèle à (AB).

Scolie : deux parallèles



- **Conclusion :** le quadrilatère CC*MO étant un parallélogramme, (C*IM) est parallèle à (CO).

D. LE DÉVELOPPEMENT

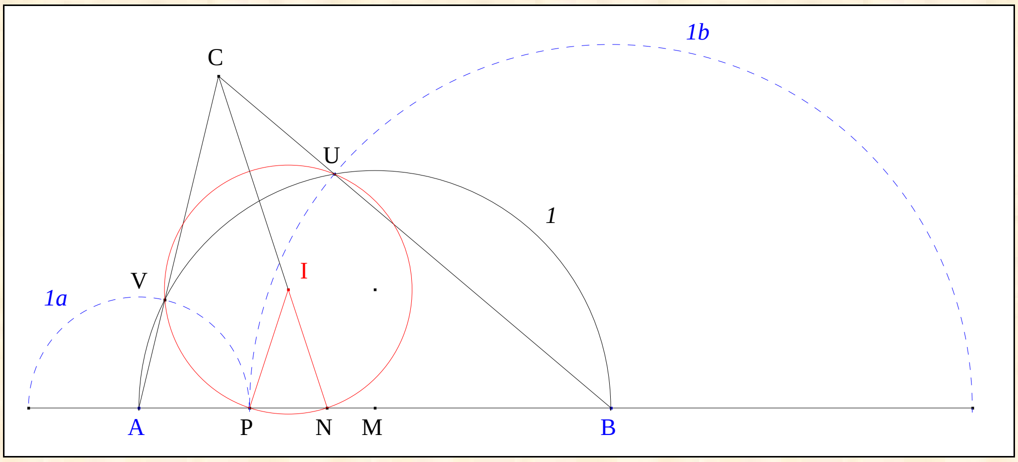
DE

RÉMY TROTABAS [16]

D'une seule figure bien étudiée
dérivent
une foule de questions…

VISION

Figure :



Traits : les hypothèses et notations sont les mêmes que précédemment.

Donné : le triangle IPN est I-isocèle

Archive :

Soit un segment [AB] donné et un point P quelconque sur [AB]
Les cercles (A, AP) et (B, BP) coupent le cercle de diamètre [AB] en A_1 et B_1.
C est l'intersection de (AA_1) et (BB_1).
I et U sont les centres des cercles inscrit et circonscrit de ABC.
C'' est le pied de la C-bissectrice

1. Montrer que PIC'' est isocèle

16 Communication de Rémy Trotabas
Un triangle isocèle, *Les-Mathematiques.net* ;
https://les-mathematiques.net/vanilla/index.php?p=/discussion/2328924/un-triangle-isocele/p1?new=1

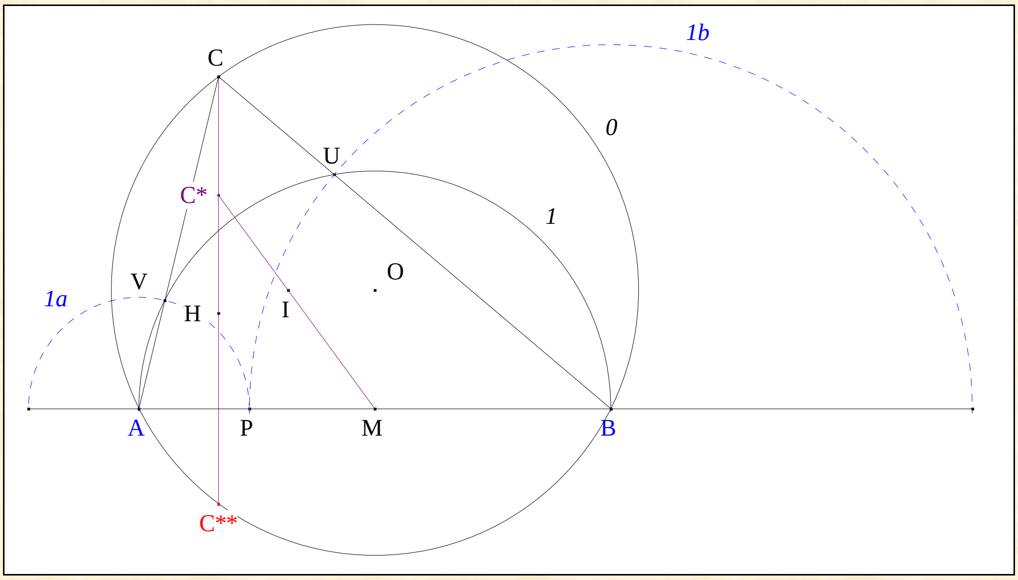
E. VISUALISATION

ÉTAPE 1

GASTON GOHIERRE DE LONGCHAMPS

VISION

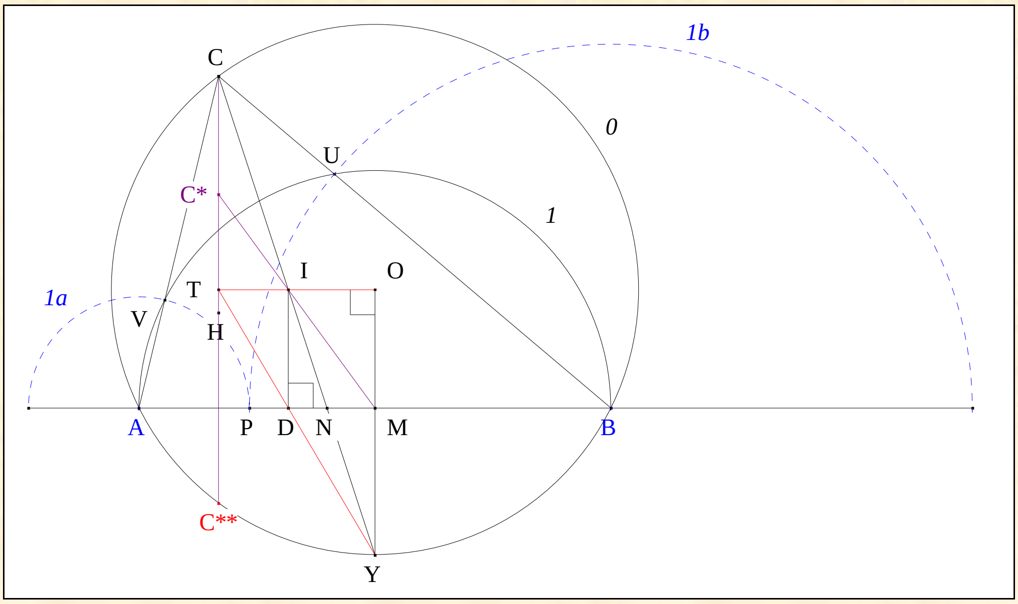
Figure :



Traits : aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons
0 le cercle circonscrit à ABC
et C** le second point d'intersection de (AH) avec *0*.

Donné : C** est le C-point de De Longchamps [17] de CAB.

VISUALISATION



[17] Ayme J.-L., A new mixtilinear incircle adventure **I**, G.G.G. vol. **4**, p. 12 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

- Notons Y le second C-perpoint de CAB
  et N, T le point d'intersection de (CI) et (AB), (YD) et (OI).

- **Scolies :** **(1)** Y étant le milieu de l'arc AB ne contenant pas C, (CI) passe par Y

  (2) T est le centre externe d'homothétie de *0* et du cercle inscrit à CAB

  (3) relation d'Isaac Newton [18] : $YI^2 = YN.YA$.

- D'après "La technique des dents de scie" [19]
  appliqué aux triangles TCI et DIN, (CT) // (ID) ;
  en conséquence,

- **Scolies :** **(1)** T est sur (CC**) [20]

  (2) (CC**) est la C-droite de De Longchamps de CAB. [21]

- **Conclusion :** C** est C-point de De Longchamps de CAB.

---

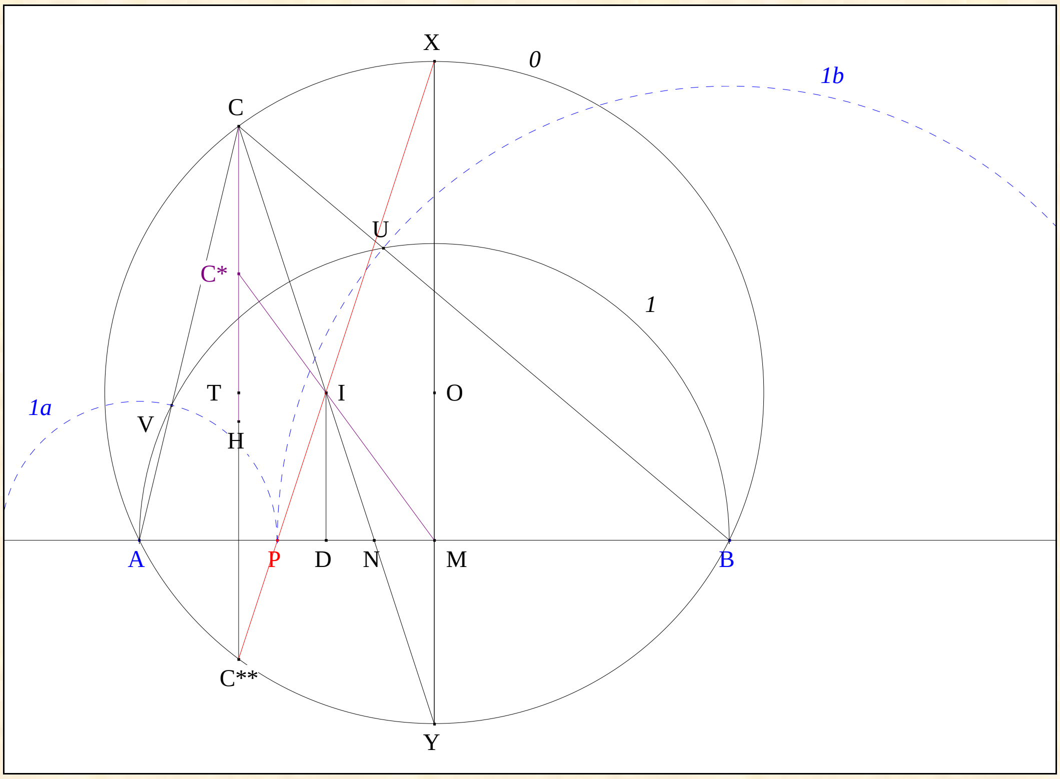
18 Ayme J.-L., Autour du cercle inscrit **26. 0.**, Problème **43** scolie, G.G.G. vol. **50** ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/
19 Ayme J.-L., Technique et vision géométrique **I**, G.G.G. vol. **79**, p. 11-10 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/
20 Ayme J.-L., A new mixtilinear incircle adventure **I**, G.G.G. vol. **4**, p. 22 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/
21 Ayme J.-L., A new mixtilinear incircle adventure **I**, G.G.G. vol. **4**, p. 21-23 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

ÉTAPE 2

JEAN-LOUIS AYME

VISION

Figure :



Traits : aux hypothèses et notations précédentes, nous ajoutons
X le premier C-perpoint de CAB.

Donné : P est sur (C**X).

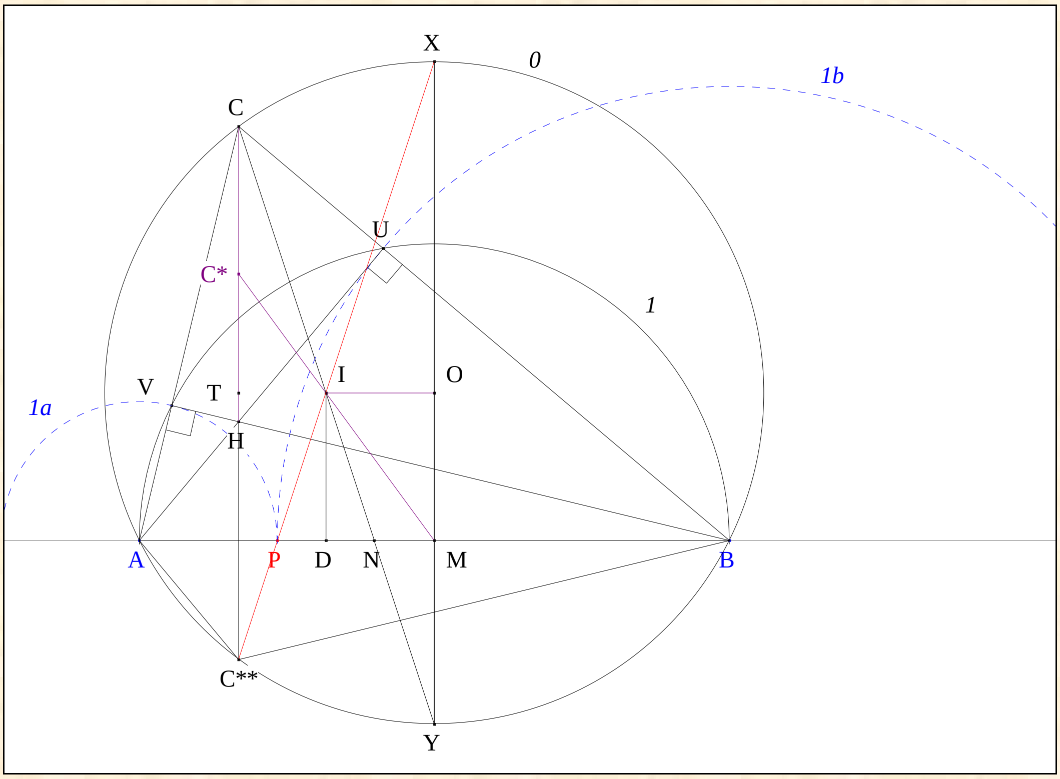
VISUALISATION

- D'après Lazare Carnot "Symétique de l'orthocentre par rapport à un côté" [22],
  C** étant le symétrique de H par rapport à (AB), le triangle PHC** est P-isocèle.

- D'après Eugène Lauvernay [23], C**, I et X sont alignés.

[22] Ayme J.-L., Autour du triangle orthique **1**, Problème **11**, G.G.G. vol. **49** ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

[23] Lauvernay E., *Journal de Mathématique Élémentaire*, n° **390** (1892)
Ayme J.-L., A new mixtilinear incircle adventure **I**, G.G.G. vol. **4**, p. 18-19 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/



- Une chasse de rapports :

  * les triangles AVH et BUH étant semblables, AH/BH = AV/BU

  * par substitution, AC**/BC** = AP/BP

- **Conclusion partielle :** d'après "Le théorème de la bissectrice" [24],
  P est le pied de la C**-bissectrice intérieure du triangle C**AB.

- **Scolie :** (C**X) passe par X.

- D'après l'axiome d'incidence **Ia**, C**, P, I et X sont alignés.

- **Conclusion :** P est sur (C**X).

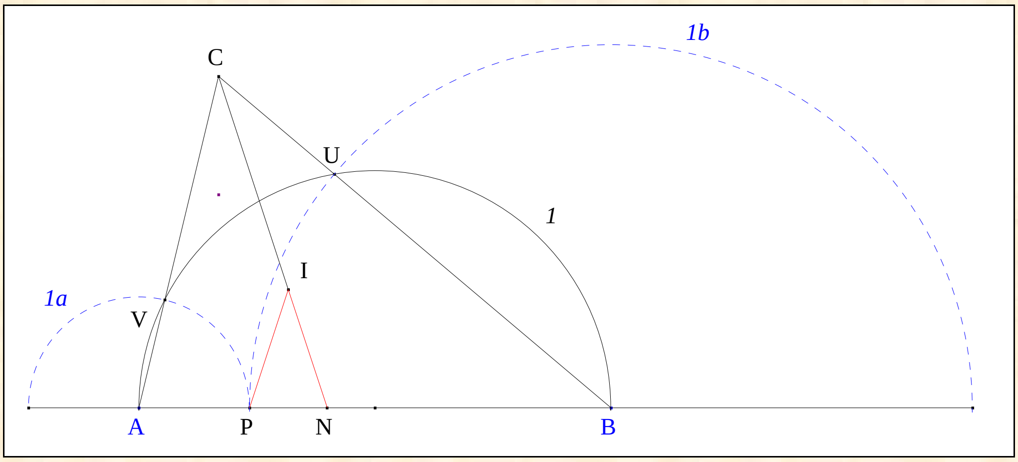
[24] Euclide d'Alexandrie, *Éléments*, Livre **VI**, proposition **3** ; http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/bookVI/propVI3.html
Peyrard F., (1804) *Éléments*, Livre **VI**, proposition **3** ; https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k110982q/f230.item

ÉTAPE 3

REMY TROTABAS [25]

VISION

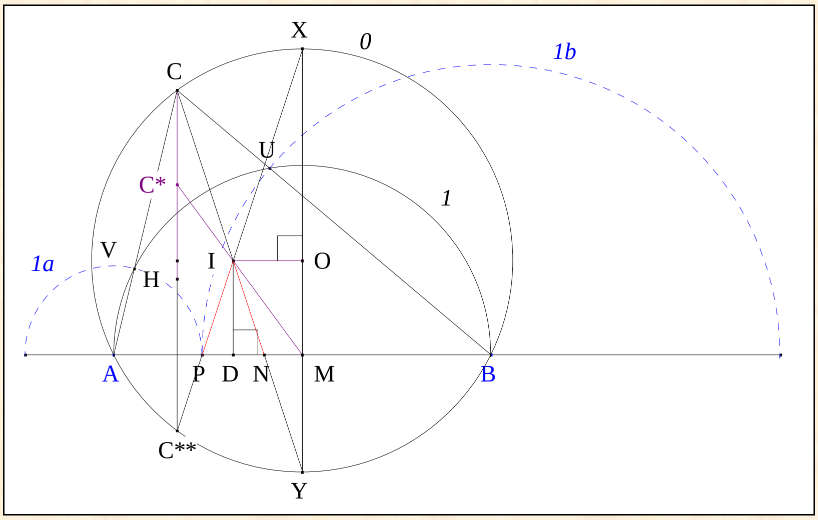
Figure :



Traits : les hypothèses et notations sont les mêmes que précédemment.

Donné : le triangle IPN est I-isocèle.

VISUALISATION



- Une chasse angulaire :

  * par "Angles à côté parallèles", <PID = <IXY

  * par symétrie d'axe (OI), <IXY = <XYI

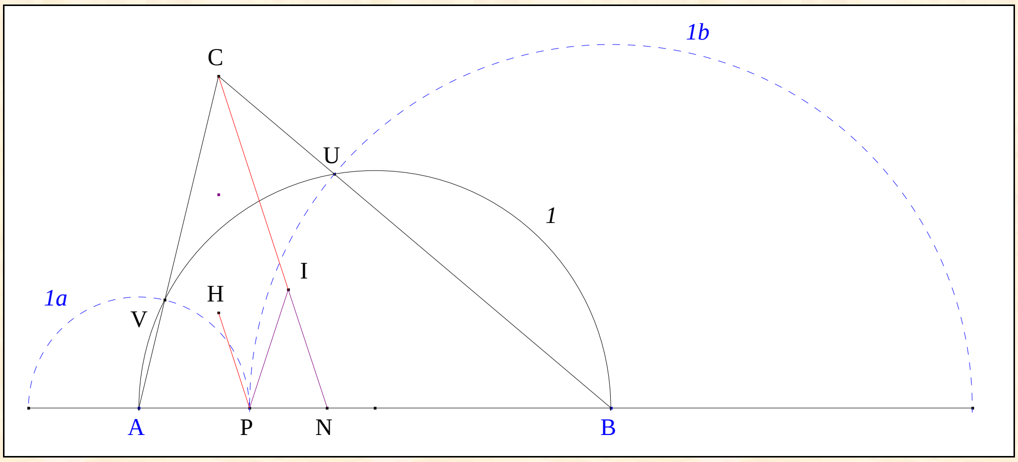
---

[25] Communication de Rémy Trotabas
Un triangle isocèle, *Les-Mathematiques.net* ;
https://les-mathematiques.net/vanilla/index.php?p=/discussion/2328924/un-triangle-isocele/p1?new=1

*	par "Angles alternes-internes",	<XYI = <DIY
*	par une autre écriture,	<DIY = <DIN
*	par transitivité de =,	<PID = <DIN.

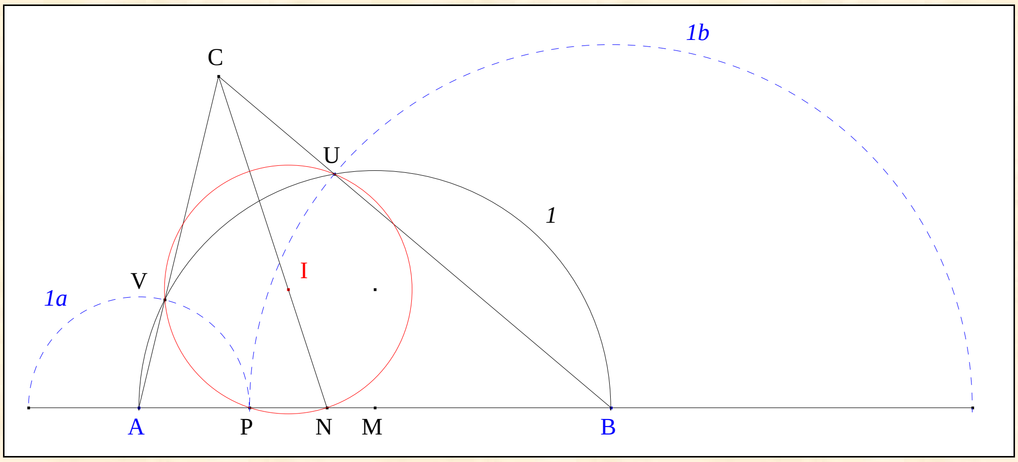
- **Conclusion :** (ID) étant à la fois I-hauteur et I-bissectrice intérieure de IPN, IPN est I-isocèle.

Scolies : **(1)** deux parallèles remarquables



- **Conclusion :** (PH) // (AI).

(2) Quatre points cocycliques



Une courte note : intéressé par les Olympiades Mathématiques, Rémy Trotabas a écrit un recueil d'Arithmétique, puis un livre de Géométrie.

F. LEXIQUE

FRANÇAIS - ANGLAIS

A	
aligné	collinear
annexe	annex
axiome	axiom
appendice	appendix
adjoint	associate
a propos	by the way btw
acutangle	acute angle
axiome	axiom
B	
bissectrice	bisector
bande	strip
C	
centre	incenter
centre du cercle circonscrit	circumcenter
cercle circonscrit	circumcircle
cévienne	cevian
colinéaire	collinear
concourance	concurrence
coincide	coincide
confondu	coincident
côté	side
par conséquence	consequently
commentaire	comment
D	
d'après	according to
donc	therefore
droite	line
d'où	hence
distinct de	different from
E	
extérieur	external
F	
figure	figure
H	
hauteur	altitude
hypothèse	hypothesis
I	
intérieur	internal
identique	identical
i.e.	namely
incidence	incidence
L	
lemme	lemma
lisibilité	legibility
M	
mediane	median
médiatrice	perpendicular bissector
milieu	midpoint

N	
Notons	name
nécessaire	necessary
note historique	historic note
O	
orthocentre	orthocenter
ou encore	otherwise
P	
parallèle	parallel
parallèles entre elles	parallel to each other
parallélogramme	parallelogram
pédal	pedal
perpendiculaire	perpendicular
pied	foot
point de vue	point of view
postulat	postulate
point	point
pour tout	for any
Q	
quadrilatère	quadrilateral
R	
remerciements	thanks
reconnaissance	acknowledgement
respectivement	respectively
rapport	ratio
répertorier	to index
S	
semblable	similar
sens	clockwise in this
order	
segment	segment
Sommaire	summary
symédiane	symmedian
suffisante	sufficient
sommet (s)	vertex (vertice)
T	
trapèze	trapezium
tel que	such as
théorème	theorem
triangle	triangle
triangle de contact	contact triangle
triangle rectangle	right-angle triangle