GÉOMÉTRIE HUMAINE

LE THÉORÈME

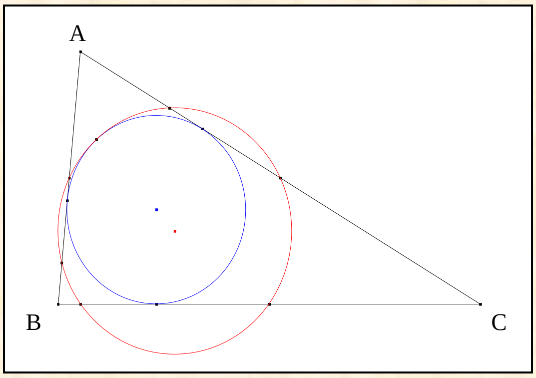
DE

KARL WILHELM FEUERBACH

UNE NOUVELLE PREUVE PUREMENT SYNTHÉTIQUE

L'élite mondiale gouverne déjà l'humanité entière
par le truchement de ses marionnettes-politiques.
Ils vous commandent à visage découvert en montrant leur puissance économique
afin que vous acceptiez leurs ordres, lorsqu'ils vous les donneront.

Jean - Louis AYME [1]



Résumé. L'auteur présente une preuve originale entièrement synthétique du théorème de Karl Wilhem Feuerbach non rencontrée dans la littérature géométrique qui en recense une quarantaine.
Cette preuve est basée sur trois lemmes qui tous peuvent être démontrés synthétiquement.

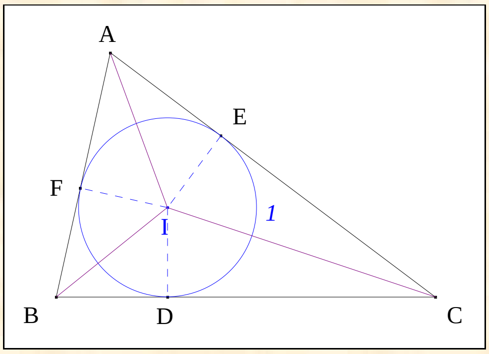
Abstract. The author presents original proof fully synthetic of the Karl Wilhem Feuerbach's theorem not encountered in the geometric literature which tells about forty.
This proof is based on three lemmas all of which can be demonstrated synthetically.

---

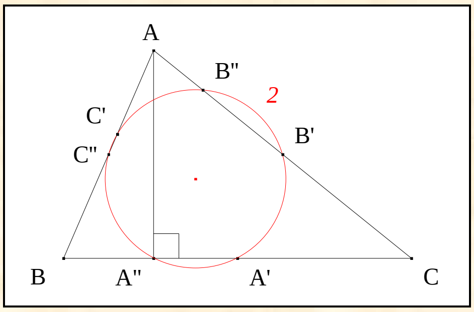
[1] St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 20/02/2022 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

Sommaire

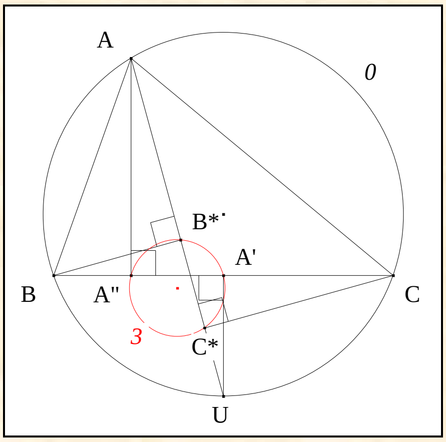
A. RÉCAPITULATION



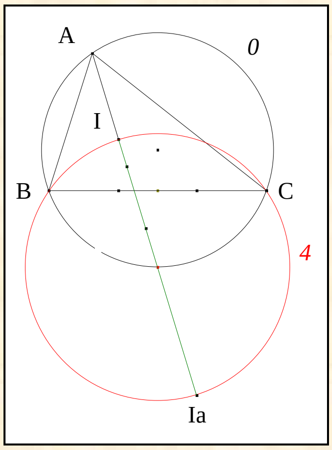
Le cercle inscrit *1* à ABC



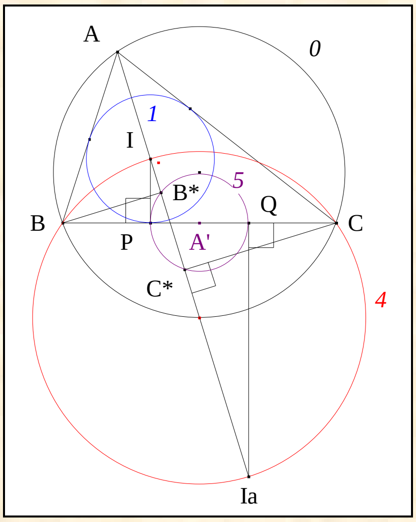
Le cercle de Bevan-Euler *2* de ABC



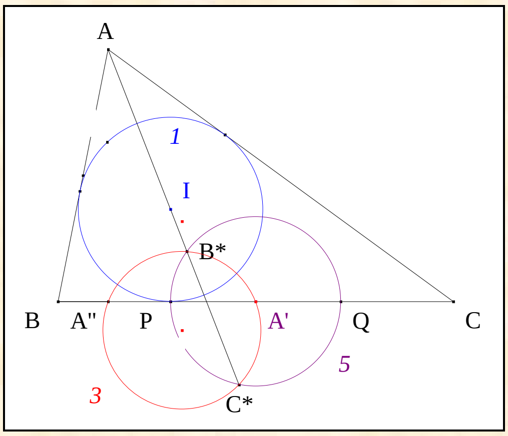
Le A-cercle *3* de Calabre



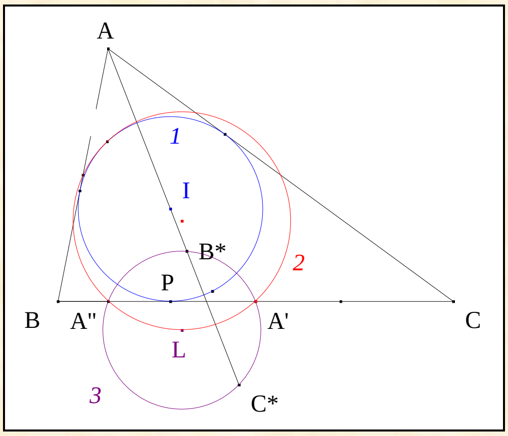
Le A-cercle *4* de Mention de ABC



Le A'-cercle *5* de Morel est orthogonal à *1*



Le A-cercle *3* de Calabre est orthogonal à *1*



Le cercle inscrit *1* est tangent au cercle d'Euler-Bevan *2*

B. LE PROBLÈME [2]

Proposed

by

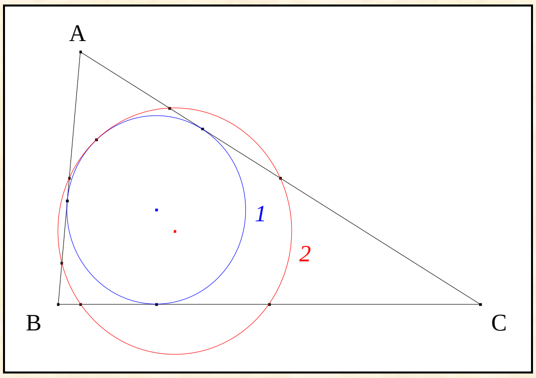
Karl Wilhelm Feuerbach

(1822)

Le plus beau théorème de géométrie élémentaire
découvert depuis le temps d'Euclide [3].

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle,
1 le cercle inscrit à ABC
et *2* le cercle de Bevan-Euler de ABC.

Donné : *2* est tangent à *1*.

Énoncés traditionnels :

le cercle inscrit est tangent au cercle de Bevan-Euler

ou, en anglais,

the nine-point circle is tangent to the incircle.

[2] Feuerbach K., *Eigenschaften einiger merkwürdigen Punkte des geradlinigen Dreiecks, und mehrerer durch sie bestimmten Linien und Figuren* (1822) ; https://gdz.sub.uni-goettingen.de/id/PPN512512426
Johnson R. A., *Advanced Euclidean Geometry*, Dover, New York (1960) 200-205

[3] Coolidge J. L., The Heroic Age of Geometry, *Bulletin of the American Mathematical Society* **35**, 1229

Archives :

Eigenschaften
einiger
merkwürdigen Punkte
des
geradlinigen Dreiecks
und
mehrerer durch sie bestimmten
Linien und Figuren.
Eine
analytisch-trigonometrische Abhandlung
von
Karl Wilhelm Feuerbach,
der Philosophie Doktor.

Mit einer Vorrede
von
Karl Buzengeiger,
ordentlichem Professor der Mathematik an der großherz. badischen Universität zu Freiburg.

Nürnberg, 1822.
Bei Riegel und Wießner.

Durchschnittspunkt seiner Perpendikel und der Mittelpunkt des Kreises durch die Fußpunkte derselben in ein und derselben geraden Linie, deren Mitte zugleich letzter Punkt ist.

§. 56.

Weil also der Punkt L in der Mitte der Geraden KO liegt, so ist auch der Punkt J die Mitte der Geraden Pc, und, da hieraus $Lc = LP = \frac{1}{2} R$ folgt, und eben dieses auf gleiche Weise für die Seiten AC, BC statt findet, so entsteht der Satz:

In jedem Dreieck trifft der Kreis, welcher durch die Fußpunkte seiner Perpendikel geht, zugleich die Seiten desselben in ihren Mitten.

§. 57.

Wenn man die Gerade LS zieht, so ist bekanntlich im Dreieck KOS, weil L die Mitte von KO ist, $2\overline{LS}^2 + 2\overline{OL}^2 = \overline{KS}^2 + \overline{OS}^2$. Substituirt man hierin die aus §. 54. 49. 51. bekannten Werthe der Quadrate von OL, KS, OS, so kommt $\overline{LS}^2 = \frac{1}{4}R^2 - rR + r^2 = (\frac{1}{2}R - r)^2$ oder:

$$LS = \frac{1}{2}R - r,$$

Und wenn man hierin nach und nach a, b, c negativ setzt:

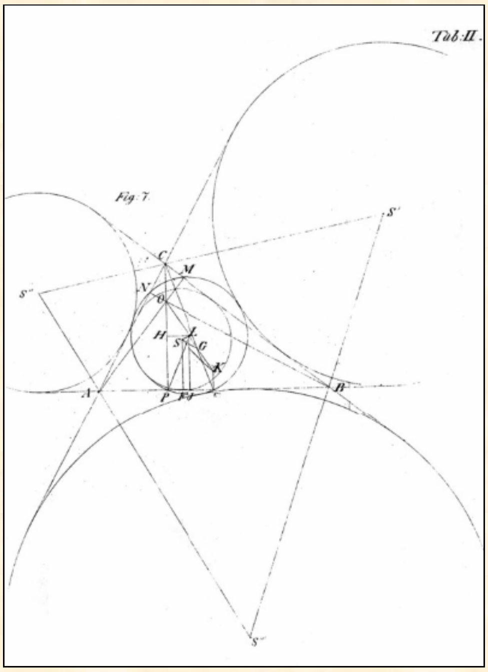
$$LS' = \frac{1}{2}R + r'$$

$$LS'' = \frac{1}{2}R + r''$$

$$LS''' = \frac{1}{2}R + r'''$$

Da nun (§. 26.) $\frac{1}{2}R$ der Halbmesser des um das Dreieck MNP beschriebenen Kreises selbst ist, so ergiebt sich hieraus nach einer bekannten Eigenschaft der Kreise, welche einander berühren, folgender Satz:

Der Kreis, welcher durch die Fußpunkte der Perpendikel eines Dreiecks geht, berührt alle vier die drei Seiten desselben berührenden Kreise, und zwar den innerhalb berührenden innerhalb, jeden der ausserhalb berührenden aber ausserhalb.

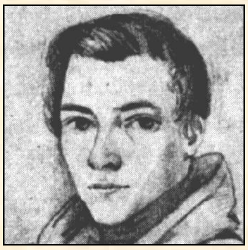


4

---

4 https://gdz.sub.uni-goettingen.de/id/PPN512512426

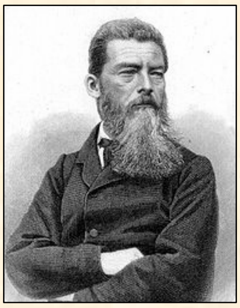
Une courte biographie de Karl Wilhelm Feuerbach



Karl Wilhelm Feuerbach, le frère du fameux philosophe Ludwig Feuerbach, est né à Iéna (Allemagne), le 30 mai 1800 dans une famille protestante. Fils du juriste Paul Feuerbach et d'Éva Troster, le brillant étudiant de l'Université d'Erlangen, puis de Freiburg, obtient à l'âge de 22 ans son doctorat et commence à enseigner les mathématiques au gymnasium d'Erlangen tout en continuant à fréquenter un cercle d'étudiants de cette ville, connu pour leur débauche et leurs dettes. La même année, il publie à Nuremberg, un petit livre de 62 pages au titre long et diffus dans lequel il présente à la page 38 et démontre analytiquement "le plus beau théorème de géométrie élémentaire découvert depuis le temps d'Euclide" selon l'historien Julian Lowell Coolidge.

J. L. Coolidge [5]

En 1824, Karl Feuerbach est arrêté et emprisonné avec 19 étudiants pour une année, à Munich, à cause de ses positions politiques. Se sentant responsable de tout, il devient dépressif et tente par deux fois, pour sauver ses compagnons, de se suicider en se coupant les veines, puis en sautant d'une fenêtre. Après sa libération, il retourne vivre dans sa famille et profite d'une intervention du roi pour retrouver un poste d'enseignant à Hof qu'il quittera suite à une nouvelle dépression. En 1828, connaissant une amélioration de santé, il enseigne de nouveau à Erlangen jusqu'au jour où dégainant une épée dans sa classe, il menace de trancher la tête des élèves qui ne savent pas résoudre l'équation qu'il a écrite au tableau. Abandonnant l'enseignement, il vivra en reclus les six dernières années de sa courte vie en se laissant pousser les cheveux, la barbe et les ongles tout en contemplant les peintures de son neveu, le peintre Anselme Feuerbach.
Ce professeur impulsif et perturbé meurt à Erlangen, le 12 mars 1834.



Ludwig Feuerbach [6]

Anselm Feuerbach [7]

[5] Coolidge J. L. (Brooklyn, Massachusetts, États-Unis, 28/09/1873 – Cambridge, Massachusetts, États-Unis, 05/03/1954)
[6] Feuerbach L,. (Landshut, 28/07/1804 – Rechenberg, 13/09/1872)
[7] Feuerbach A., (Spire, 12/08/1829 - Venise, 04/01/18880)

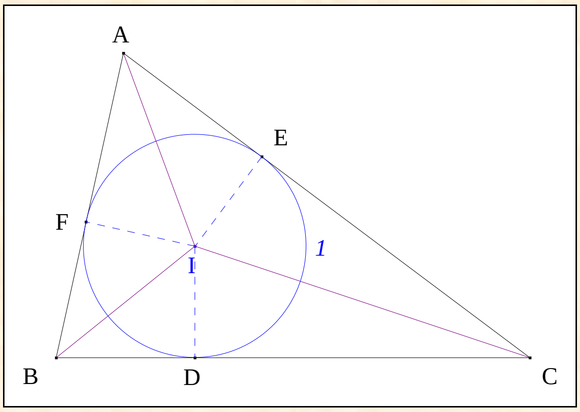
C. VISUALISATION

EUCLIDE D'ALEXANDRIE [8]

(vers 325 - vers 265 av J.-C.)

Il n'y a pas de Voie royale [9] *qui conduit au Savoir* [10]

Figure :



Définition : ABC un triangle,
I le point de concours des A, B, C-bissectrices intérieures,
1 le cercle tri-tangent aux côtés de ABC
et D, E, F les points de contact de *1* resp. avec [BC], [CA], [AB].

Finition : *1* est le cercle inscrit à ABC et I en est le centre.

Un point d'histoire : selon le géomètre américain Nathan Altshiller-Court [11], le centre d'un triangle défini comme point de concours de ses bissectrices intérieures [12], était connu de l'École pythagorienne i.e. 600 ans environ avant J.-C..
Euclide d'Alexandrie récapitulant toutes les connaissances antérieures à son temps dans ses *Éléments*, considère le cercle inscrit [13] à un triangle dès le Livre **IV**.

Nathan Altshiller-Court [14]

[8] A ne pas confondre avec Euclide de Mégare, l'un des élèves de Socrate
[9] Voie directissime ou irrégulière
[10] C'est la réponse que fit Pythagore de Samos, selon le philosophe néoplatonicien Proclus (485-412), à Ptolémée **1**-ier qui, un jour, lui demanda s'il n'y avait pas en géométrie de chemin plus court que celui de ses *Eléments*.
[11] Altshiller-Court N., *College Geometry*, Barnes & Noble, Richmond (1936)
[12] Euclide d'Alexandrie, *Éléments*, Livre **IV**, problème **4**, proposition **4**
[13] Du latin inscribere i.e. tracer, écrire dans
[14] Altshiller-Court N. (Varsovie, Pologne 22/01/1881 – Norman, Oklahoma,États-Unis, 20/07/1968)

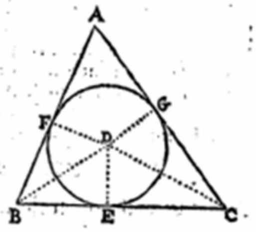
Archive :

PROB. 4. PROP. IV.

Dans vn triangle donné, deſcrire vn cercle.

Soit le triangle donné ABC, dans lequel il faut deſcrire vn cercle.

Par la 9.pr.1.les deux angles B & C ſoient couppez en deux egalement par les deux lignes BD & CD, ſe rencontrans au poinct D : Item d'iceluy poinct de rencontre D, ſoient menees les trois perpendiculaires DE, DF, DG, par la 12. p.1. & du centre D, & interualle DE ſoit deſcrit le cercle EFG. Ie dis qu'iceluy cercle eſt inſcrit au triangle donné ABC.



Car d'autant que l'angle DEB eſt droict, il ſera egal à l'angle DFB, qui eſt pareillement droict, & le total B eſtant couppé en deux egalement, les deux DEB & DBE, ſeront egaux aux deux DFB & FBD, & le coſté DB eſtant commun, le coſté FD ſera egal au coſté DE par la 26. p.1. Par meſme diſcours DG ſe prouuera egale à DE, & par la 1. com. ſent. les trois lignes DE, DF, DG, ſeront egales entr'elles : ainſi le cercle EFG deſcrit de l'interualle DE, le ſera auſſi de l'interualle des deux autres : & partant il paſſera par les poincts E, F, G, & en iceux touchera les trois coſtez du triangle par le Cor. de la 16.p.3.pource qu'à iceux coſtez ſont perpendiculaires les demy diametres DE, DF, DG. Donc par la 5.d. de ce liure, le cercle EFG ſera inſcrit au triangle donné: Ce qu'il falloit faire.

[15]

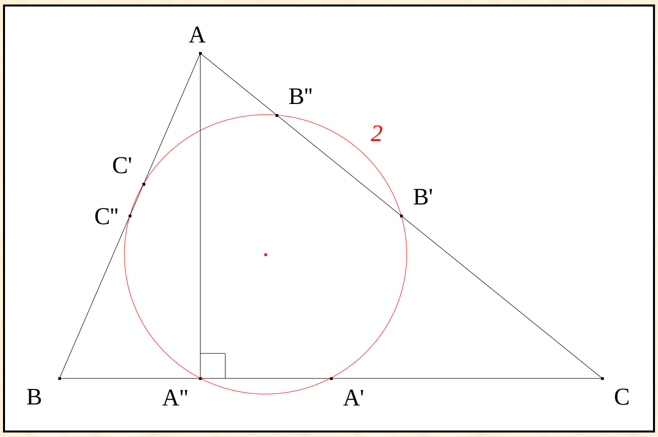
---

[15] http://gallica.bnf.fr/

BENJAMIN BEVAN - LEONHARD EULER

(1804)

Figure :



Finition : ABC		un triangle,
	A', B', C'	les milieux resp. de [BC], [CA], [AB]
et	A", B", C"	les pieds des A, B, C-hauteurs.

Définition : A', B', C', A", B" et C" sont cocycliques sur "Le cercle des six points de ABC" [16].

Note historique : ce cercle est appelé

* en France, "cercle d'Euler" à la suite d'Henri Brocard

* en Allemagne, "cercle de Feuerbach" en souvenir de ce géomètre qui, en 1822, a redémontré ce résultat en précisant son centre et d'autres propriétés.

D'après les recherches de l'historien anglais James Sturgeon MacKay, ce cercle n'apparaît nulle part dans l'oeuvre d'Euler [17]. Mackay [18] dans un article de 1892, intitulé *History of the Nine Point Circle*, attribue ce cercle à John Whitley [19].
Une autre source attribue ce cercle à l'ingénieur civil britannique Benjamin Bevan [20].

Leonhard Euler

[16] Casey J. (1861)
[17] Euler L., (Bâle, Suisse, 15/04/1707 – Saint-Petersbourg, Russie, 07/09/1783)
[18] MacKay J. S., *Plane Geometry* (1904).
[19] Whitley J., *Gentleman's Mathematical Companion* (1808) 133
[20] Bevan B. (26.12.1793 – 02/07/1733), *Mathematical Repository* de Leybourn **I** (1804) 18

LE LIEUTENANT D'ARTILLERIE

URBAIN VICTOR CALABRE

(1878)

Figure :

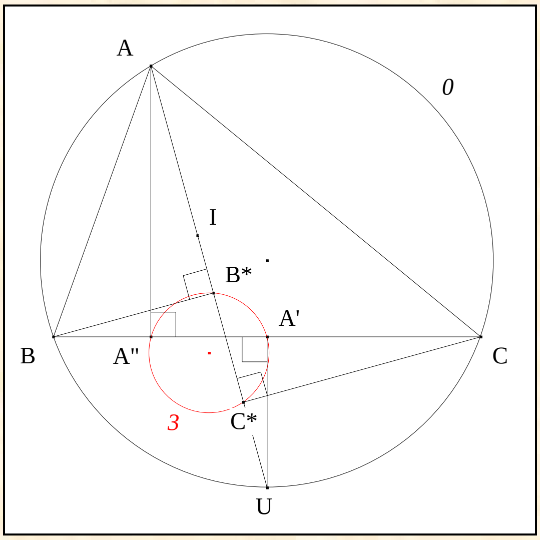


Figure : aux hypothèse et notations précédentes, nous ajoutons

0 le cercle circonscrit à ABC,

B*, C* les pieds des perpendiculaire à (AI) issues resp. de B, C

et U le second point d'intersection de (AI) avec *0*.

Donné : A", B*, A' et C* sont cocycliques.

Commentaire : une preuve synthétique de ce résultat par la technique d'Amédée Morel peut être vue sur le site de l'auteur [21].

Scolie : ce cercle, noté *3*, est "Le A-cercle de Calabre de ABC" ou encore "le cercle de Morel du quadrilatère ABUC" [22].

Note historique : l'historien allemand Max Simon [23] attribue ce résultat au lieutenant d'artillerie Calabre.

Énoncé traditionnel :

dans un triangle ABC,
les projetés B* *et* C* *des deux sommets* B *et* C *sur la* A-*bissectrice,*
le milieu A' *de* [BC] *et le pied* A" *de la* A-*hauteur,*
sont quatre points cocycliques.

---

[21] Ayme J.-L., Des six cercles de Miquel aux cercles de Morel * Calabre *…, G.G.G. vol. **9**, p. 18-19 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

[22] Ayme J.-L., Des six cercles de Miquel aux cercles de Morel * Calabre *…, G.G.G. vol. **9**, p. 11-13 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

[23] Simon M., *Über die Entwicklung der Elementar Geometrie im XIX-Jahrhundert*, Leipzig, Teubner (1906) 128

.

Une courte biographie sur le lieutenant Calabre

Urbain Victor Calabre est né le 20 juillet 1846 à Guérigny (Nièvre, France).
En 1866, Calabre est élève du collège Sainte-Barbe (Paris) et intègre l'École Polytechnique en 1870.
Promu lieutenant d'artillerie, Calabre transmet sans démonstration sa conjecture concernant quatre points cocycliques, au professeur de Sainte-Barbe, Raphaël Malloizel qui l'a publie en 1878 dans le *Journal de Mathématiques Élémentaire*. La première démonstration complète a été donnée par John P. Taylor dans la *Nouvelle Correspondance* **2** et un développement en a été donné par W. H. Levy dans *Ladies' and gentlemen's diary* de 1875.
Il décède le premier mars 1914 à Lorient (Finistère, France).

LE PRÉCEPEUR JULES ALEXANDRE MENTION [24]

DE

LA PRINCESSE ÉLISABETH TROUBETSKOÏ

(PARIS, FRANCE)

(1850)

Figure :

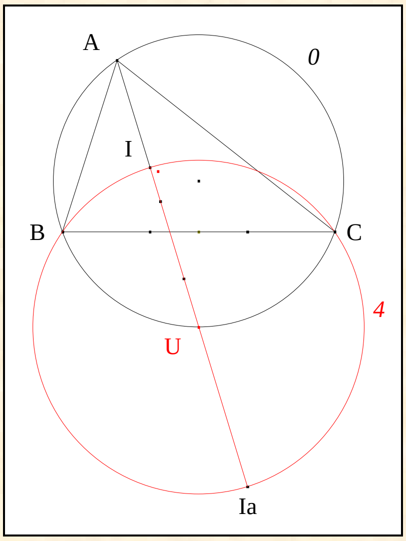


Figure : aux hypothèse et notations précédentes, nous ajoutons
Ia le A-excentre de ABC

Donné : I, B, Ia et C sont cocycliques.

Commentaire : une preuve synthétique de ce résultat peut être vue sur le site de l'auteur [25].

Scolie : ce cercle, noté *4*, est "Le A-cercle de Mention de ABC".

Énoncé traditionnel :

dans un triangle ABC
I *étant le centre du cercle inscrit et* Ia *le centre du A-cercle exinscrit,*
le cercle de diamètre [IIa] *passe par les sommets* B *et* C,
et
a son centre U *sur le cercle circonscrit de* ABC.

Une courte biographie de Jules Alexandre Mention :

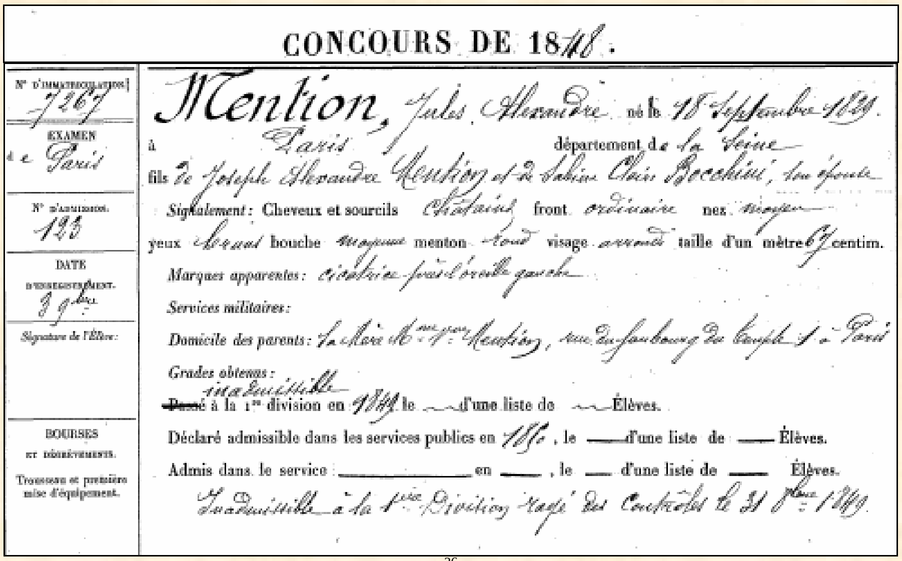
Jules Alexandre Mention est né le 18 septembre 1829 à Paris (France).

---

24 Mention J. A., Note sur le triangle rectiligne, *Nouvelles Annales* **1**ère série, tome **9** (1850) 324-327 ; http://www.numdam.org/item/NAM_1850_1_9__324_1/

25 Ayme J.-L., Autour du cercle inscrit, **38. 0.** Problème **1**, G.G.G. vol. **50**, p. 7-8 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

Fils de Joseph Alexandre Mention et de Sabine Claire Bocchini, Jules A. Mention qu'il ne faut pas confondre avec le géomètre belge Paul Mansion, est élève de spéciales au lycée Descartes de 1845 à 1846. L'année suivante, il rejoint le lycée Louis-le-Grand et en 1847 est élève de spéciales dans la classe de Richard.



CONCOURS DE 1848.

N° D'IMMATRICULATION 7267

EXAMEN de Paris

N° D'ADMISSION. 123

DATE D'ENREGISTREMENT. 3 9bre

Signature de l'Élève :

BOURSES ET DÉGRÈVEMENTS.

Trousseau et première mise d'équipement.

Mention, Jules Alexandre né le 18 septembre 1829.

à Paris département de la Seine

fils de Joseph Alexandre Mention et de Sabine Claire Bocchini, son épouse

Signalement : Cheveux et sourcils châtains front ordinaire nez moyen

yeux bruns bouche moyenne menton rond visage arrondi taille d'un mètre 67 centim.

Marques apparentes : cicatrice près l'oreille gauche

Services militaires :

Domicile des parents : la Mère Mme Vve Mention, rue du faubourg du Temple 1 à Paris

Grades obtenus :

~~Passé~~ inadmissible à la 1re division en 1849 le — d'une liste de — Élèves.

Déclaré admissible dans les services publics en 18.. , le — d'une liste de — Élèves.

Admis dans le service : — en — , le — d'une liste de — Élèves.

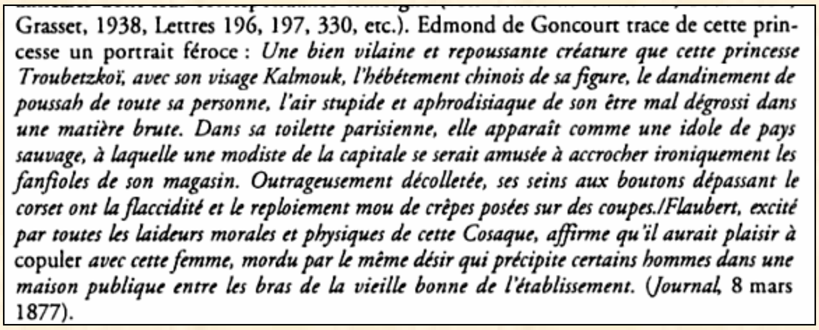
Inadmissible à la 1re Division rayé des Contrôles le 31 8bre 1849.

[26]

En 1848, il entre à l'École Polytechnique et a comme professeur Eugène Catalan. A sa sortie, il enseigne aux lycées de Sainte Barbe et de Sainte Geneviève à Paris.
En 1849, il définit "le cercle des hauteurs". L'année suivante, il donne une solution métrique du théorème de Feuerbach [27].
En attirant l'attention des géomètres sur le fait que "la bissectrice d'un angle d'un triangle inscrit, est aussi bissectrice de l'angle formé par la hauteur et le diamètre passant par ce même sommet", il fait pour ainsi dire, le premier pas vers la notion d'isogonalité.

Parallèlement, il est le précepteur de la princesse Élisabeth (Lise) Troubetskoï qu'il suivra à Saint-Pétersbourg en 1857. Il publie alors quelques articles dans le Bulletin de l'Académie de St. Pétersbourg.
De retour à Paris en 1860, il enseigne au collège des jésuites de la rue de Vaugirard et participe aux *Nouvelles Annales de Mathématiques* et ce jusqu'en 1867.

Pour la petite histoire, Lise Espérovna Troubetzkoi, née princesse Bélosselsky-Bélozersky (1834-1907) se marie en 1852 avec le prince Pierre Nikitch Troubetzkoy (1826-1880), Maître des cérémonies à la cour impériale.
Elle est issue d'une famille de la haute aristocratie de Saint- Pétersbourg. Durant son séjour à Paris, elle tenait un salon politique dont Adolphe Thiers était un hôte assidu et entretenait avec Léon Gambetta des relations amicales.



Grasset, 1938, Lettres 196, 197, 330, etc.). Edmond de Goncourt trace de cette princesse un portrait féroce : *Une bien vilaine et repoussante créature que cette princesse Troubetzkoï, avec son visage Kalmouk, l'hébètement chinois de sa figure, le dandinement de poussah de toute sa personne, l'air stupide et aphrodisiaque de son être mal dégrossi dans une matière brute. Dans sa toilette parisienne, elle apparaît comme une idole de pays sauvage, à laquelle une modiste de la capitale se serait amusée à accrocher ironiquement les fanfioles de son magasin. Outrageusement décolletée, ses seins aux boutons dépassant le corset ont la flaccidité et le reploiement mou de crêpes posées sur des coupes./Flaubert, excité par toutes les laideurs morales et physiques de cette Cosaque, affirme qu'il aurait plaisir à* copuler *avec cette femme, mordu par le même désir qui précipite certains hommes dans une maison publique entre les bras de la vieille bonne de l'établissement.* (*Journal*, 8 mars 1877).

---

26 Bibliothèque centrale de l'École Polytechnique ; http://bibli.polytechnique.fr/F/?func=file&file_name=fid-b&local_base=BCXC2

27 Mention J. A., Distance du centre du cercle inscrit au point de rencontre des hauteurs dans un triangle rectiligne, *Nouvelles Annales* **1**ère série, tome **5** (1846) 403-404 ;
Note sur le triangle rectiligne, *Nouvelles Annales* **1**ère série, tome **9** (1850) 324-327 ;
http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=NAM&sl=0

LE PROFESSEUR AMÉDÉE MOREL [28]

DE

L'ÉCOLE SAINTE-BARBE

(PARIS, FRANCE)

(1878)

Figure :

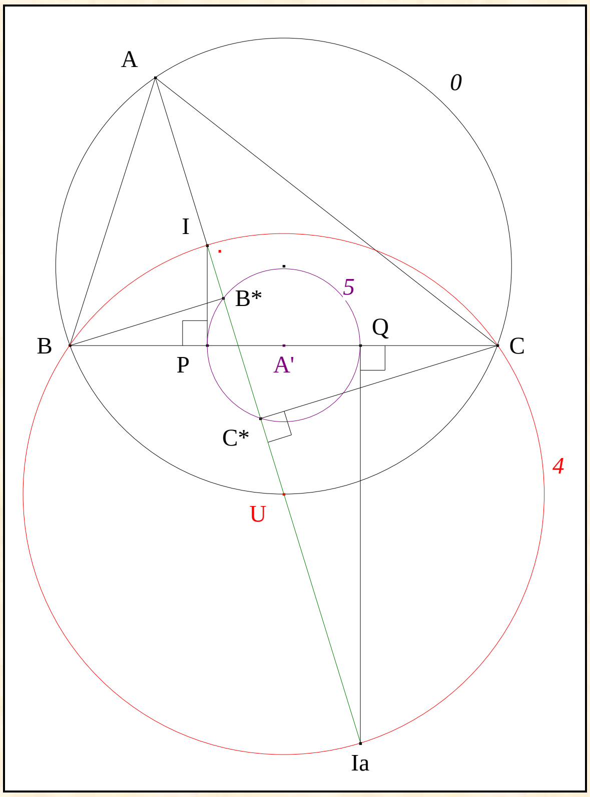


Figure : aux hypothèse et notations précédentes, nous ajoutons
P, Q les pieds des perpendiculaires à (BC) issues resp. de I, Ia.

Donné : P, B*, Q et C* sont cocycliques.

Commentaire : une preuve synthétique de ce résultat par la technique d'Amédée Morel peut être vue sur le site de l'auteur [29].

Scolies : **(1)** ce cercle, noté *5*, est "le cercle de Morel du quadrilatère IBIaC"

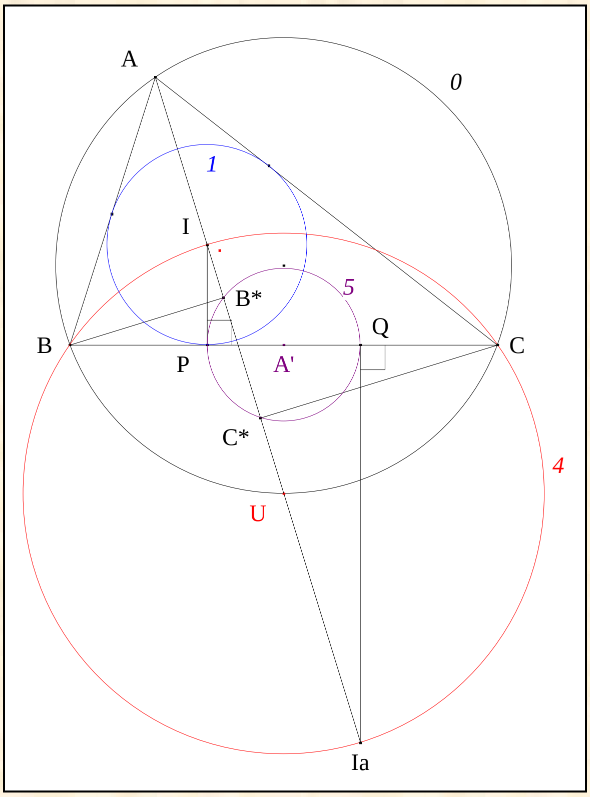
(2) Q est l'isotome de P relativement à [BC]

(3) deux cercles orthogonaux

---

28 Morel A., Réponse à la Question **908**, Lemme **1**, *Nouvelles Annales* (2) **8** (1869) 317

29 Ayme J.-L., Des six cercles de Miquel aux cercles de Morel * Calabre *…, G.G.G. vol. **9**, p. 11-13 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/



- **Conclusion :** par définition, *5* est orthogonal à *1*.

Énoncé traditionnel :

dans un triangle ABC,
les projetés B* *et* C* *des deux sommets* B *et* C *sur la* A*-bissectrice,*
les projetés P *et* Q *de* I *et* Ia *sur* [BC],
sont quatre points cocycliques ;
le centre de ce cercle
est
le milieu A' de [BC].

Une courte biographie d'Amédée Morel

Amédée Edme Morel est né à Pontoise (Seine et Marne, France).
Admis à l'Ecole polytechnique en 1809, il est nommé capitaine au corps royal d'artillerie le 9 décembre 1813.
Répétiteur puis, professeur à l'École préparatoire de Sainte-Barbe à Paris, Amédée Morel publie de nombreux articles dans le *Journal de Mathématiques Élémentaires* et dans le *Journal de Mathématiques Spéciales* en 1883 (10, 33, 62, 97, 169), en 1889 (251) et en 1890.
Il se fait aussi connaître en proposant une solution d'une question d'Émile Lemoine publiée dans les *Nouvelles Annales* de 1869 (47, question **908**) concernant le point de concours des quatre droites de Simson d'un quadrilatère cyclique.
En 1878, il publie dans *JME* à la page 353, une étude sur les axes radicaux.
En 1879 et 1880, il traduit une étude du triangle de James Booth (?-1878) qui introduit en particulier le mot "orthocentre".
En 1883, dans *JME* (p. 70), Amédée Morel donne le nom de "Brocard" aux points et au cercle trouvés par le commandant Henri Brocard.

LOUIS GAULTIER DE TOURS

JOURNAL

DE

L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Cahier 16

(1813)

Figure :

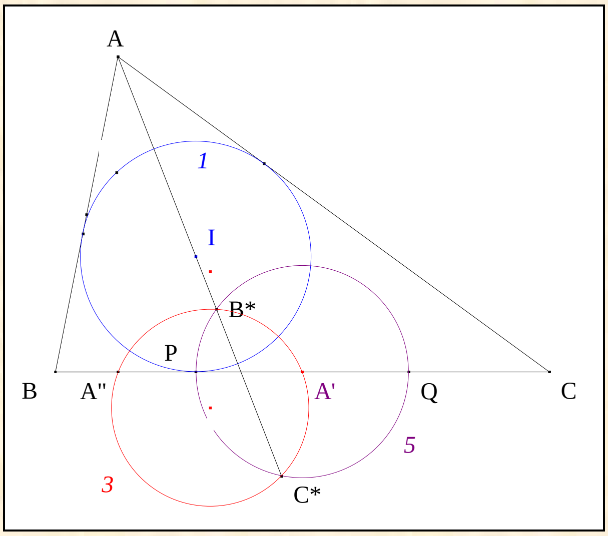


Figure : Les hypothèse et notations sont les mêmes que précédemment

Donné : *3* est orthogonal à *1*.

Commentaire : **une preuve synthétique de ce résultat peut être vue sur le site de l'auteur [30].**

Énoncé traditionnel [31] :

un cercle orthogonal à deux cercles sécants
a son centre sur
l'axe radical de ces deux cercles.

Si un cercle a son centre sur l'axe radical de deux cercles sécants
et
est orthogonal à l'un d'eux
alors,
il est orthogonal à l'autre.

---

[30] Ayme J.-L., Le théorème de Feuerbach, G.G.G. vol. **1**, p. 15-16 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

[31] Gaultier L. (de Tours), Les contacts des cercles, *Journal de l'École Polytechnique Cahier* **16** (1812) 124-214
Altshiller-Court, N. Theorem **453**, *College Geometry*, Richmond (1936) 205

Une courte biographie de Louis Gaultier de Tours :

Louis Gaultier (de Tours, France), ancien élève de l'École Polytechnique [32] et professeur de Géométrie descriptive au Conservatoire des Arts et Métiers, est connu pour avoir donné le premier une solution géométrique générale du problème qui consistait à construire une sphère tangente à quatre sphères données. Ce résultat apparaît dans *Mémoire sur les moyens généraux de construire graphiquement un cercle déterminé par trois conditions, et une sphère déterminée par quatre conditions* [33] qui sera inséré en 1812 dans le recueil des *Savants étrangers*.
C'est dans ce mémoire que se trouvent les expressions "puissance d'un point par rapport à un cercle", "axe radical" et "centre radical". Ce mémoire [34] ré intitulé *Les contacts des cercles*, sera publié en 1813 dans le XVI-ième cahier du *Journal de l'École Polytechnique*. Louis Gaultier a préféré l'expression "axe radical" à celle de "corde commune de deux cercles sécants", utilisée par Jean-Victor Poncelet, car elle a le mérite d'exprimer d'une façon plus pertinente une propriété de cette droite :

les tangentes menée par l'un quelconque de ses points, à deux cercles quelconques,
sont égales entre elles,
et chaque point de cette droite,
est le centre d'un cercle qui coupe orthogonalement les deux cercles donnés.

En poursuivant ses recherches, Louis Gaultier s'est intéressé aux cercles orthogonaux et aux faisceaux de cercles à points de base comme le feront Poncelet, Durrande, Steiner et bien d'autres...
Rappelons que l'axe radical a été appelé "ligne d'égale puissance" par Jakob Steiner et que des géomètres ont proposé sans succès de la nommer "droite de Gaultier".

---

[32] admis en l'an **VII** i.e. en 1807
[33] Gaultier L., *Journal de l'École Polytechnique*, Cahier **16** (1813) 124-214.
[34] Gaultier (de Tours) Louis, Les contacts des cercles, *Journal de l'École Polytechnique*, *Cahier* **16** (1813) 124-214.

JEAN-LOUIS AYME

DE

SAINT - DENIS

ÎLE DE LA RÉUNION

(OCÉAN INDIEN, FRANCE)

(2006)

Figure :

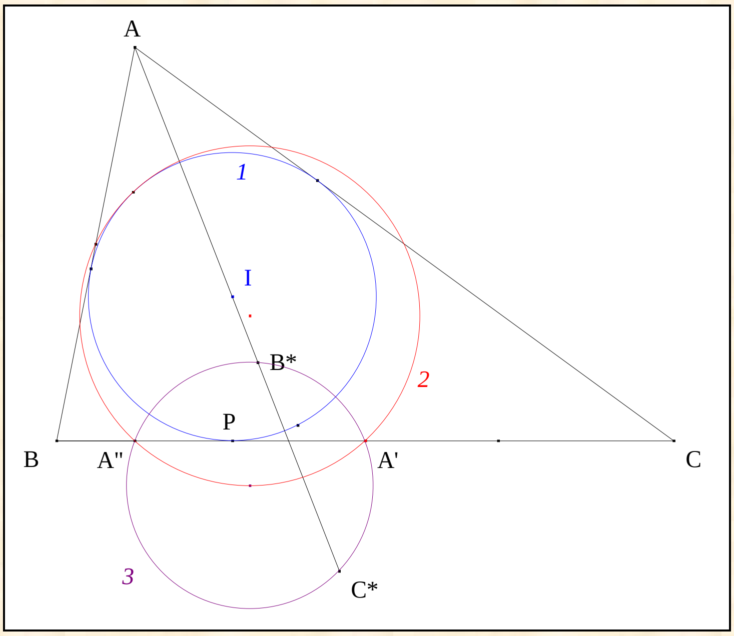


Figure : les hypothèse et notations sont les mêmes que précédemment.

Donné : *1* est tangent à *2*.

Commentaire : une preuve synthétique de ce résultat basée sur "L'équivalence corde-arc" [35]

[A'A"] étant la corde commune de *2* et *3*,
1 étant intérieur à *2* [36], tangent à [A'A"] en P et orthogonal à *3*,
1 est tangent à *2*,

peut être vue sur le site de l'auteur [37].

Énoncé traditionnel :

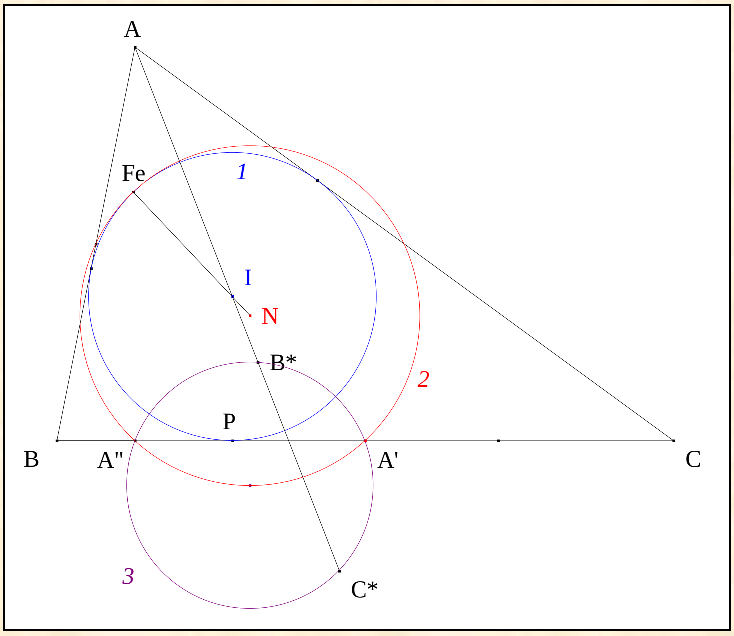
le cercle inscrit est tangent au cercle de Bevan-Euler.

---

35 Ayme J.-L., Cercles segmentaires, G.G.G. vol. **16**, p. 13-15 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/
36 comme indiqué sur la figure
37 Ayme J.-L., Cercles segmentaires, G.G.G. vol. **16**, p. 13-15 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/
Ayme J.-L., Le théorème de Feuerbach, G.G.G. vol. **1**, p. 15-16 ; https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

Note historique : au début du XX-ième siècle, le *Leybourn's Mathematical repository* [38] propose un théorème à partir duquel l'auteur a pensé à établir une réciproque fructueuse pour le théorème de Feuerbach.
Cette preuve originale a été retenue, traduite et publiée en espagnol en 2006 par le professeur émérite Francisco Bellot-Rosado, rédacteur en chef de la revue espagnole *Revistaoim* [39].

Scolies :



(1) le point de contact de *1* et *2*, noté Fe, est "le point de Feuerbach de ABC" ; il est répertorié sous X_{11} chez ETC [40].

(2) N étant le centre de *2*, N, I et Fe sont alignés.

---

[38] *Leybourn's Mathematical repository* (New series) **6** tome **I**, p. 209
[39] Ayme J.-L., *Revistaoim* (Espagne) **26** (2006) ; /http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/
[40] Kimberling Clark, Triangle Centers and Central Triangles, *Congressus Numerantium,* **129** (1988) 1-285 ; https://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html

D. LEXIQUE

FRANÇAIS - ANGLAIS

A	
aligné	collinear
annexe	annex
axiome	axiom
appendice	appendix
adjoint	associate
a propos	by the way btw
acutangle	acute angle
axiome	axiom
B	
bissectrice	bisector
bande	strip
C	
centre	incenter
centre du cercle circonscrit	circumcenter
cercle circonscrit	circumcircle
cévienne	cevian
colinéaire	collinear
concourance	concurrence
coincide	coincide
confondu	coincident
côté	side
par conséquence	consequently
commentaire	comment
D	
d'après	according to
donc	therefore
droite	line
d'où	hence
distinct de	different from
E	
extérieur	external
F	
figure	figure
H	
hauteur	altitude
hypothèse	hypothesis
I	
intérieur	internal
identique	identical
i.e.	namely
incidence	incidence
L	
lemme	lemma
lisibilité	legibility
M	
mediane	median
médiatrice	perpendicular bissector
milieu	midpoint
N	
Notons	name
nécessaire	necessary
note historique	historic note
O	
orthocentre	orthocenter
ou encore	otherwise
P	
parallèle	parallel
parallèles entre elles	parallel to each other
parallélogramme	parallelogram
pédal	pedal
perpendiculaire	perpendicular
pied	foot
point de vue	point of view
postulat	postulate
point	point
pour tout	for any
Q	
quadrilatère	quadrilateral
R	
remerciements	thanks
reconnaissance	acknowledgement
respectivement	respectively
rapport	ratio
répertorier	to index
S	
semblable	similar
sens	clockwise in this
order	
segment	segment
Sommaire	summary
symédiane	symmedian
suffisante	sufficient
sommet (s)	vertex (vertice)
T	
trapèze	trapezium
tel que	such as
théorème	theorem
triangle	triangle
triangle de contact	contact triangle
triangle rectangle	right-angle triangle