

LA PERPENDICULAIRE

DE

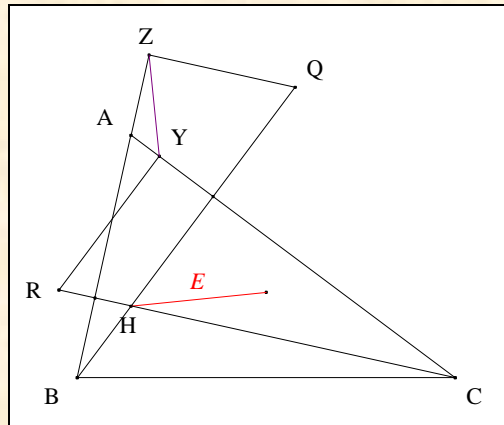
DARIJ GRINBERG

(janvier 2022)

*Ce qui se joue, ou plutôt ce qui s'affronte n'est ni plus ni moins qu'une guerre à mort
entre
la civilisation judéo chrétienne qui a bâti l'Europe et l'Occident
et
une idéologie mondialiste qui veut déconstruire et inverser les valeurs morales et spirituelles de notre
civilisation et les remplacer par une cancel culture athée, matérialiste, nihiliste et totalitaire.*



Jean - Louis AYME ¹



Résumé.

L'auteur présente une preuve originale entièrement synthétique du résultat de Darij Grinberg.
Cette preuve est basée sur trois lemmes qui tous peuvent être démontrés synthétiquement.

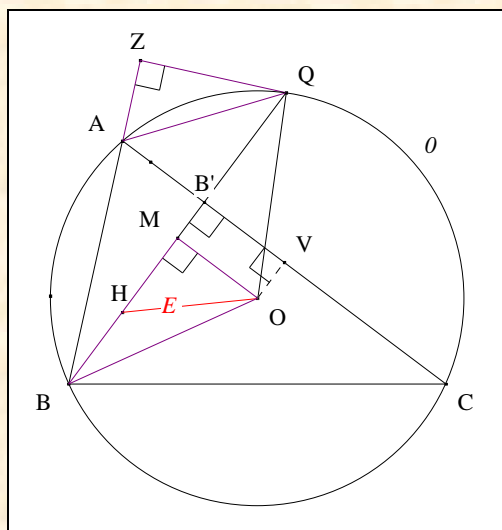
Abstract.

The author presents original proof fully synthetic of a Darij Grinberg's result.
This proof is based on three lemmas all of which can be demonstrated synthetically.

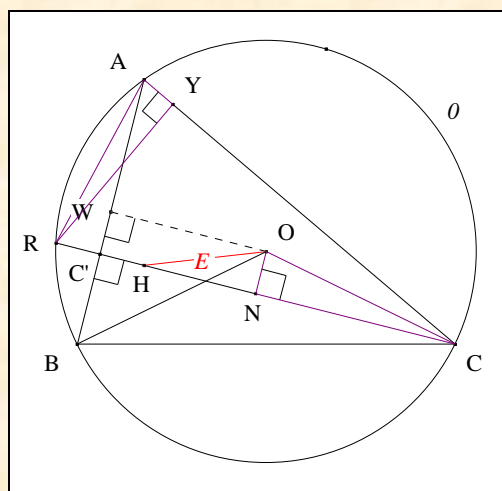
¹ St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 18/03/2022 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

Sommaire	
A. Récapitulation	3
B. La perpendiculaire de Darij Grinberg	4
C. Visualisation	7
D. Lexique Français-Anglais	10

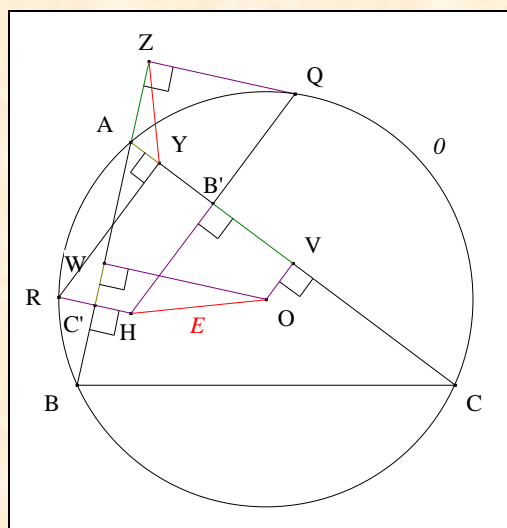
A. RÉCAPITULATION



$$AZ/B'V = AQ/OB$$



$$AY/C'W = AR/OC$$



$$AZ/B'V = AY/C'W \rightarrow (YZ) \perp E$$

B. LA PERPENDICULAIRE

DE

DARIJ GRINBERG ²

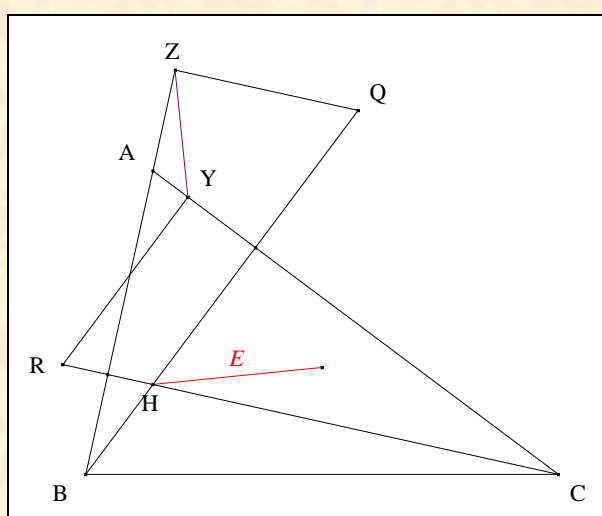
AU

GERMAN TST 2022

EXAM 2 * PROBLEM 3

VISION

Figure :



Traits :

ABC	un triangle,
E	la droite d'Euler,
H	l'orthocentre,
Q, R	les symétriques de H par rapport à (CA), (AB),
Y	le pied de la perpendiculaire à (CA) issue de R
et Z	le pied de la perpendiculaire à (AB) issue de Q.

Donné : (YZ) est perpendiculaire à E .

Darij Grinberg wrote :

" I invented the problem some time this January for the German TST (IMO selection tests). Back in 2020, I had randomly met someone involved in the German IMO training (which I had attended myself back in 2004-2006) and agreed to occasionally contribute to it. So every year now I give a few lectures, and this year I posed an exam as well, whose problems I've now posted here on *MathLinks*. "

²

Grinberg D., Deutsche AIMO 2022, Klausur 2 (11/03/2022) ;
<http://www.cip.ifi.lmu.de/~grinberg/Dreigeom/aimo-2022-2.pdf>
 Another perpendicular to the Euler line, AoPS du 11/03/2022 ;
https://artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h2799356_another_perpendicular_to_the_euler_line
 Une perpendiculaire à la droite d'Euler, *Les-Mathematiques.net* ;
<https://les-mathematiques.net/vanilla/index.php?p=-/discussion/2329442/une-perpendiculaire-a-la-droite-deuler#latest>

Une courte biographie :



Darij Grinberg ³ est né le 5 novembre 1988 à Moscou (Russie).
 En 1996, ses parents s'installent en Allemagne à Münster, puis à Karlsruhe en 1999.
 En octobre 2006, il commence ses études de mathématiques à l'université Ludwig Maximilien de Munich (Bavière, Allemagne), obtient en 2011 son master, puis en 2016 son doctorat (PhD) au Massachusetts Institute of Technology (MIT) (Cambridge, Massachusetts, États-Unis).

After three years as a Dunham Jackson Assistant Professor at the University of Minnesota (États-Unis), he joined Drexel University de Philadelphie (Pennsylvanie, États-Unis) as an Assistant Professor in 2019.

Rappelons que son enthousiasme pour la Géométrie du Triangle lui a permis de trouver des centres répertoriés dans *Encyclopedia of Triangle Centers* plus connu sous le sigle ETC ⁴ ainsi que de nombreux résultats ⁵.

Personnellement, durant sa participation active sur le site *Mathlinks*, actuellement *Art of Problem Solving* (AoPS), Darij Grinberg m'a beaucoup appris...Je le remercie vivement pour cela...

³ Grinberg D., <http://www.cip.ifi.lmu.de/~grinberg/>.

⁴ Kimberling C., ETC ; <http://faculty.evansville.edu/ck6/encyclopedia/ETC.html>.

⁵ <http://www.cip.ifi.lmu.de/~grinberg/>

Deutsche AIMO 2022, Klausur 2

Darij Grinberg

March 11, 2022

AIMO 2022 Klausur 2

Seite 2

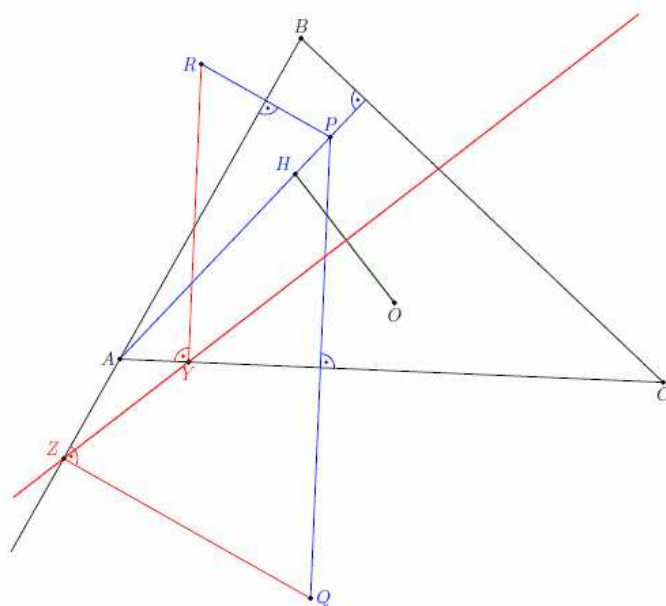
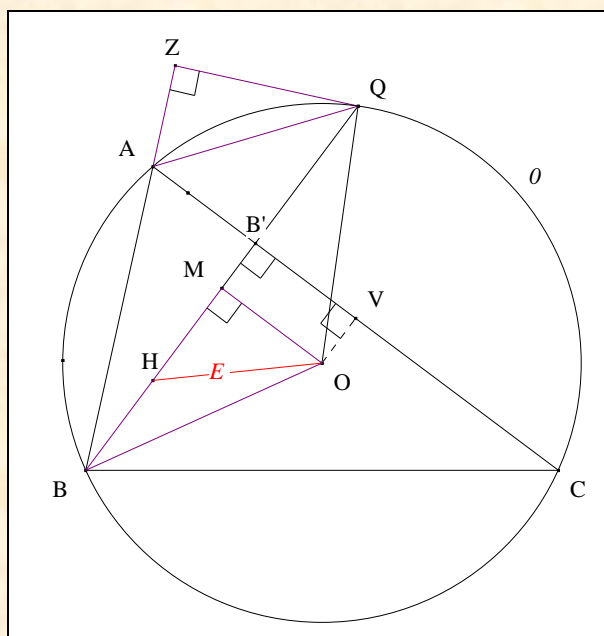


Fig. 1: zu Aufgabe 3

Aufgabe 3. Sei ABC ein Dreieck mit Höhenschnittpunkt H und Umkreismittelpunkt O . Sei P ein Punkt in der Ebene, der $AP \perp BC$ erfüllt. Seien Q und R die Spiegelbilder von P an den Geraden CA bzw. AB . Sei Y der Fußpunkt des Lotes von R auf die Gerade CA , und sei Z der Fußpunkt des Lotes von Q auf die Gerade AB . Wir nehmen an, dass $H \neq O$ und $Y \neq Z$ gilt. Man zeige: $YZ \perp HO$. (Siehe Fig. 1.)

6

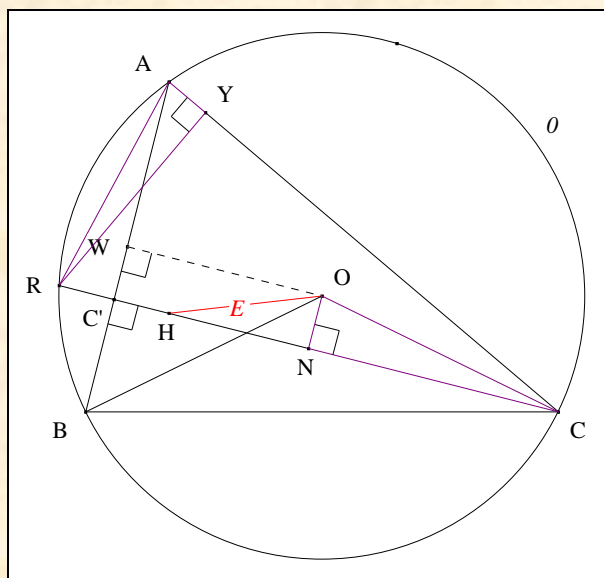
C. VISUALISATION



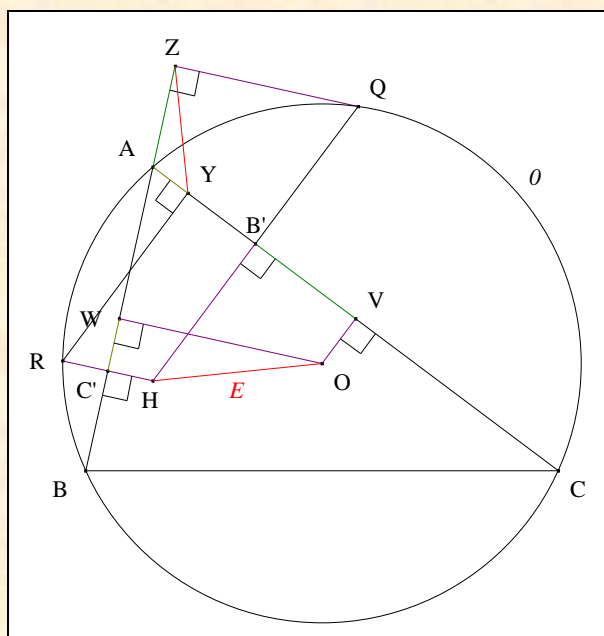
- Notons O le cercle circonscrit de ABC,
 O le centre de O ,
 M, V les milieux de $[BQ], [AC]$
 et B' le pied de la B-hauteur de ABC.
- **Scolies :**
 - (1) (OH) i.e. E est la droite d'Euler de ABC
 - (2) Q et R sont sur O ⁷
 - (3) (OM) est la O-bissectrice intérieure, hauteur du triangle O-isocèle OQB .
- Une chasse angulaire :
 - * relativement au triangle Z-rectangle ZAQ , $\angle QAZ = \angle QBA + \angle AQB$
 - * par "Angles inscrits", $\angle QBA = \angle QCA$ et $\angle AQB = \angle ACB$
 - * par substitution, $\angle QAZ = \angle QCA + \angle ACB$
 - * par addition, $\angle QAZ = \angle QCB$
 - * par "Angle au centre", $\angle QAZ = \angle MOB$.
- En conséquence, les triangles Z, M-rectangles ZAQ et MOB sont inversement semblables.
- **Scolie :** $MO = B'V$.
- **Conclusion partielle :** $AZ/B'V = AQ/OB$.

7

Carnot L., n° 142, *De la corrélation des figures géométriques*, (1801) 101
 Ayme J.-L. Autour du triangle orthique 1, Problème 11, G.G.G. vol. 49 ; <https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>
 Ayme J.-L., Prove an old result without angles, AoPS du 28/03/2015 ;
http://www.artofproblemsolving.com/community/c6h1070982_prove_an_old_result_without_angles



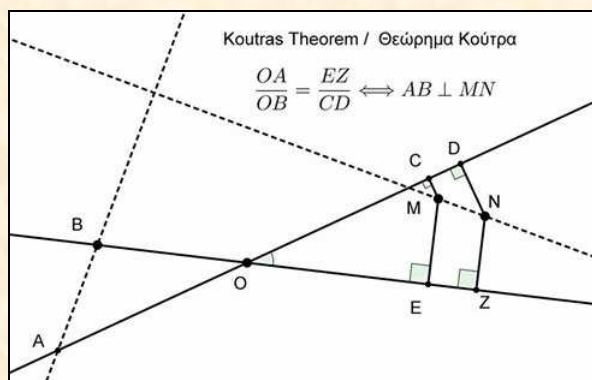
- Notons N le milieu de $[CR]$,
 C' le pied de la C -hauteur de ABC
 et W le milieu de $[AB]$.
- Mutatis mutandis, nous montrerions que les triangles Y, N -rectangles YAR et NOC sont inversement semblables
- **Conclusion partielle :** $AY/C'W = AR/OC$.



- D'après Lazare Carnot ⁸, $AQ = AR$.
- En conséquence, $AZ/B'V = AY/C'W$.
- **Conclusion :** d'après Stathis Koutras ⁹, (YZ) est perpendiculaire à E .

⁸ Ayme J.-L., Autour du triangle orthique 13, Problème 3, G.G.G. vol. 49 ; <https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>
⁹ Ayme J.-L., Steiner-Ayme-Koutras, G.G.G. vol. 43 ; <https://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/>

Note historique :



Takis Chronopoulos ¹⁰ wrote

"This is the famous Koutras Theorem, named after Stathis Koutras (Στάθης Κούτρας), the one who discovered it and used it as an perpendicularity criterion, The Theorem known as Stathis' Koutras theorem, was recently found as a solved problem in Giorgos Tsintsifas' Geometry (Planimetry), written before 1980. The last 6 years, as it was used to solve many geometry problems (more than 200), a perpendicularity criterion (a few of them are collected within the group), noone had noticed this fact. Giorgos Tsintsifas had not used it, in other solved problems as a perpendicularity criterion, and until now it was not seen in other greek geometry books. Stathis Koutras always had a suspicion that because of it's simplicity, it could be found somewhere else sometime, and is glad that it was found in one of his teacher's books (when he was in high school, Tsintsifas was one of his teachers).

As a recognition, because he was the one that made this perpendicularity criterion widely known and used so many times, I think that it should remain known as Koutras' Theorem".

¹⁰

<https://www.facebook.com/groups/parmenides52/permalink/1174537489326622/>

D. LEXIQUE

FRANÇAIS - ANGLAIS

A			N	
aligné	collinear		Notons	name
annexe	annex		nécessaire	necessary
axiome	axiom		note historique	historic note
appendice	appendix		O	
adjoint	associate		orthocentre	orthocenter
a propos	by the way btw		ou encore	otherwise
acutangle	acute angle		P	
axiome	axiom		parallèle	parallel
B			parallèles entre elles	parallel to each other
bissectrice	bisector		parallélogramme	parallelogram
bande	strip		pédal	pedal
C			perpendiculaire	perpendicular
centre	incenter		ped	foot
centre du cercle circonscrit	circumcenter		point de vue	point of view
cercle circonscrit	circumcircle		postulat	postulate
céviennne	cevian		point	point
colinéaire	collinear		pour tout	for any
concourance	concurrence		Q	
coincide	coincide		quadrilatère	quadrilateral
confondu	coincident		R	
côté	side		remerciements	thanks
par conséquence	consequently		reconnaissance	acknowledgement
commentaire	comment		respectivement	respectively
D			rapport	ratio
d'après	according to		répertorié	to index
donc	therefore		S	
droite	line		semblable	similar
d'où	hence		sens	clockwise in this
distinct de	different from		order	
E			segment	segment
extérieur	external		Sommaire	summary
F			symédiane	symmedian
figure	figure		suffisante	sufficient
H			sommet (s)	vertex (vertice)
hauteur	altitude		T	
hypothèse	hypothesis		trapèze	trapezium
I			tel que	such as
intérieur	internal		théorème	theorem
identique	identical		triangle	triangle
i.e.	namely		triangle de contact	contact triangle
incidence	incidence		triangle rectangle	right-angle triangle
L				
lemme	lemma			
lisibilité	legibility			
M				
mediane	median			
médiatrice	perpendicular bisector			
milieu	midpoint			