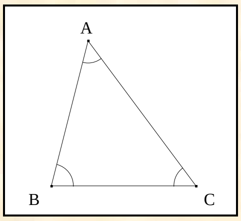
LA LOI 180



Euclide, *Eléments* I, 32

RAOUL, de Liège

RAIMBAUD, de Cologne

XIe siècle

L'histoire de la Géométrie nous rappelle qu'une discussion au sujet d'un *Commentaire* de Boèce concernant le fait que "la somme des angles intérieurs d'un triangle est égale à deux droits" [1], a "beaucoup tourmenté les anciens" et relate, vers 1021, une correspondance [2] mémorable entre un jeune maître aux écoles de Liège, Radufus i.e. Raoul et un écolâtre [3] de Cologne, Ragimboldus i.e. Raimbaud. Huit lettres seront échangées entre ces deux protagonistes au cours de ce tournoi scientifique. Pour Raoul, il s'agissait de gagner en autorité suite à la demande qu'il avait faite à Raimbaud, de répondre à une question que celui-ci lui poserait. Raimbaud lui demanda alors de préciser le passage Boèce cité ci-avant. Les lettres étaient communiquées aux clercs de Cologne et de Liège, mais aussi à l'évêque d'Utrecht, Adelbolt, le disciple de Gerbert. Pour Raimbaud, il s'agissait aussi d'éclaircir la signification du mot "intérieur" plutôt que de procéder à une démonstration de cette proposition car si un triangle a des angles intérieurs où sont ceux qui sont à l'extérieur ?

Prouver la proposition, Raimbaud aurait eu cette proposition à partir d'un recueil donnant de simples résultats sans démonstration ou par de textes géométriques provenant des Romains que l'on pouvait trouver en Italie et qui apparaissaient pour Raimbaud comme une suite d'énigmes indéchiffrables. Rappelons qu'un ancien berger, l'écolâtre Gerbert, le futur pape Sylvestre II, avait écrit une cinquante d'années avant ce concours un recueil de Géométrie qui contenait la preuve que les deux belligérants recherchait. Ils commencèrent par s'envoyer de la poudre aux yeux, et Raimbaud se heurta sur le fait que si un triangle a des angles intérieurs où sont ceux qui sont à l'extérieur ? Ils en parlèrent dans leur entourage et ne reçurent aucune réponse. Aucun ne pouvait mettre la main sur le premier livre d'Euclide et Raimbaud finit un jour à Chartres avec le célèbre évêque Fulbert qu'intérieur était synonyme d'aigu et extérieur d'obtus mais ils n'étaient pas d'accord sur les raisons de cette synonymie. De ce point de vue il concluait qu'il était impossible de prouver n'importe quoi. Il aurait eu même des problèmes s'il avait eu la définition correcte. Aucun des deux n'avait la moindre idée d'une pure démonstration géométrique. Raoul démontra la proposition dans le cas d'un triangle isocèle en traçant les diagonales d'un carré. Mais il éluda le cas général et accepta par intuition la proposition ou par expérience en découpant les angles et en les ajoutant ce qui ne pouvait pas satisfaire un géomètre qui ne peut esquiver une démonstration

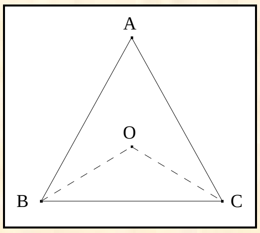
Interprétation de Raimbaud : quand on parle d'un triangle sans épithète, ce doit être un triangle équilatéral comme dans la géométrie de Boèce ; pour un tel triangle l'angle extérieur doit être l'angle obtus ayant son sommet au centre O et sous-tendu par l'un de ses côtés (de 120°), est égal à la somme des angles ABC, ACB du triangle (chacun de 60°)

---

1 Euclide, *Éléments* **I**, 32. D'après Geminus, un auteur grec du I-er siècle av. J.-C., la première démonstration de ce théorème par les anciens grecs, comprenait trois cas: le triangle équilatéral, puis isocèle, puis scalène

2 Une correspondance d'écolâtres du XIe siècle, *Comtes rendus de l'Académie des Inscriptions et Belles-lettres* (1897). Abbé Clerval, *Les Ecoles de Chartres au moyen âge*

3 Au Moyen-âge, clerc ou moine chargé d'une école rattachée à une cathédrale ou une abbaye



Raimbaud voulut imposer cette interprétation sur celle de Raoul qui disait qu'intérieur devait s'appliquer aux angles du triangles qui sont effectivement à l'intérieur de celui-ci tandis qu'extérieur correspondrait à un angle considéré sur la surface d'un solide (un cube). Francon rejettera le point de vue de Raimbaud en disant qu'extérieur signifie un angle dont un côté est extérieur au triangle; pour cela il trace ce côté à partir d'un sommet dans une direction quelconque; il n'a donc pas deviné le sens d'angle formé par un côté du triangle avec le prolongement de l'autre; il n'a pas la clef que l'angle extérieur est égal la somme des angles intérieurs qui ne lui sont pas adjacents

Quant à la proposition de départ, il faut reconnaître que Raoul s'efforça de la démontrer : il le fit pour le triangle rectangle isocèle...

La loi 180

En géométrie euclidienne, la somme des angles de tout triangle est égale à l'angle plat, soit 180 degrés.
Ce résultat connu et démontré par Euclide d'Alexandrie dans ses *Éléments* est équivalent à son cinquième postulat :

Par un point donné, on peut mener une et une seule parallèle à une droite donnée.

Ainsi, la somme des angles étant un invariant des triangles, permet de résoudre de nombreux problèmes élémentaires de résolution d'un triangle.