

COLLECTION GÉOMÉTRIQUE

ΣΥΝΑΓΩΓΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ

UN CERCLE

PASSANT

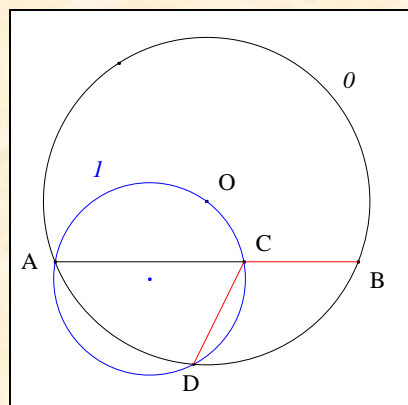
PAR

LE CENTRE D'UN CERCLE

0



Jean-Louis AYME ¹



Résumé. L'auteur présente une collection de problèmes se référant autour d'un cercle ayant pour corde la base d'un triangle. Preuves souvent originales, commentaires et notes historiques accompagnent chaque problème. Cette collection construite d'une façon linéaire par accumulation se poursuit... Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Avertissement. L'auteur rappelle que la vision triangulaire d'un résultat est laissée aux soins du lecteur.
Un renvoi comme "Problème 5" signifie que le lecteur se référera au "Problème 5" de la même section.
Un renvoi comme "12. Problème 5" signifie que le lecteur se référera au "Problème 5" de "la section 12".
Un foot note précise une origine du problème, une signification ou renvoie à un article

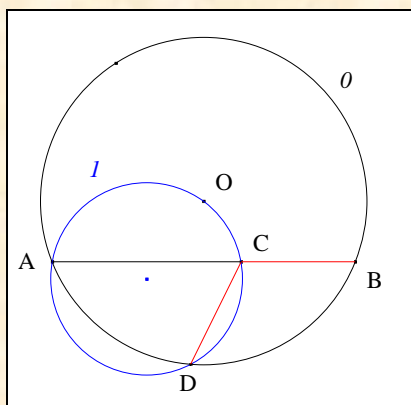
¹ St-Denis, Île de la Réunion (Océan indien, France), le 25/11/2010 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

de l'auteur.

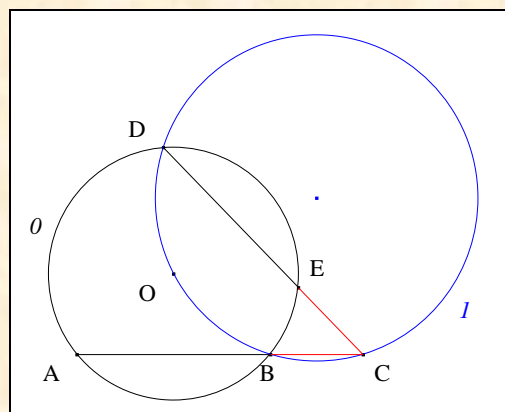
- Abstract.** The author presents a collection of problems referring around a circle whose chord is the base of a triangle. Often original proof, comments and historical notes accompany each problem.
This linearly collection builds by accumulation continues...
The figures are all in general position and all cited theorems can all be demonstrated synthetically.
- Warning.** The author recalls that the triangular vision of a result is left to the reader care.
A reference as "Problem 5" means that the reader refer to the "Problem 5" of the same section.
A reference like "12. Problem 5" means that the reader refer to the "Problem 5" of "section 12".
A foot note specifies an origin of the problem, a meaning or refers to an article of the author.

| Sommaire | |
|------------------------------------|---|
| A. Récapitulation | 3 |
| B. Les problèmes résolus | 4 |
| C. Lexique Français-Anglais | |

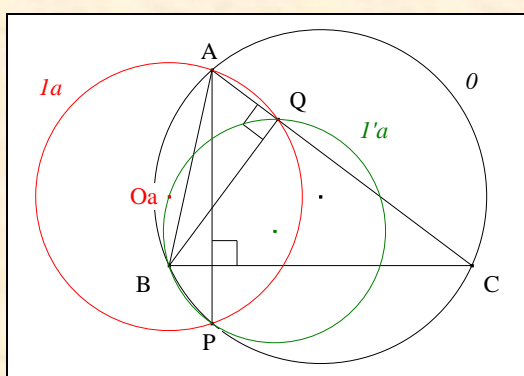
A. RÉCAPITULATION



1. I passe par $O \leftrightarrow CB = CD$



2. I passe par $O \leftrightarrow CB = CD$ ou $CA = CD$



3. $I'a$ passe par Oa

B. LES PROBLÈMES RÉSOLUS

PROBLÈME 1²

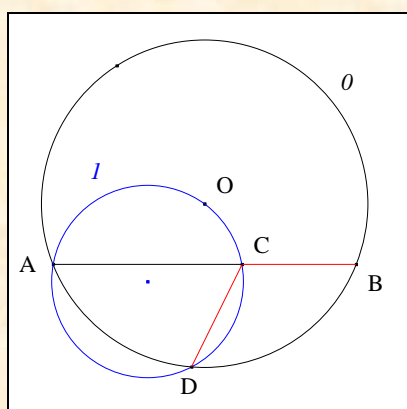
D et O

sont de part et d'autre de

la médiatrice (ACB)

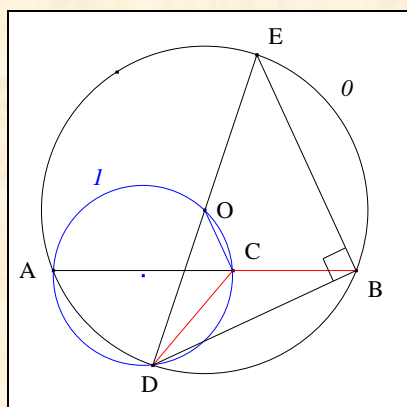
VISION DOUBLE

Figure :



Traits : O un cercle,
 O le centre de O ,
 $[AB]$ une corde de O ,
 C un point de $[AB]$
 et I un cercle passant par A et C ,
 D le second point d'intersection de I et O .

Donné : I passe par O si, et seulement si, $CB = CD$.

VISUALISATION NÉCESSAIRE

• Notons E le second point d'intersection de (DO) avec O .

²

Easy Geometry, AoPS du 22/04/2015 ; http://www.artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1080717_easy_geometry
 Un charmant exercice, *Les-Mathematiques.net* ; <http://www.les-mathematiques.net/phorum/list.php?8>

- Les cercles I et O , les points de base D et A , les médiatrices (ODE) et (CAB) , conduisent au théorème 0 de Reim ; il s'en suit que $(OC) \parallel (EB)$.
- D'après Thalès de Milet "Triangle inscrit dans un demi-cercle", $(EB) \perp (BD)$; en conséquence, $(OC) \perp (BD)$.
- **Conclusion :** (OC) étant la médiatrice de $[BD]$, d'après "Le théorème de la médiatrice", $CB = CD$.

VISUALISATION SUFFISANTE

Commentaire : elle est laissée aux bons soins du lecteur.

PROBLÈME 2³

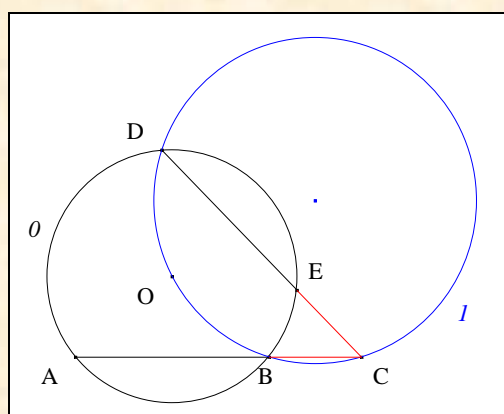
D et O

sont d'un même côté par rapport à

la médiane (ABC)

VISION DOUBLE

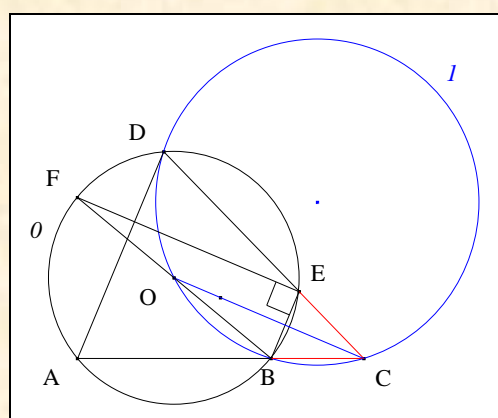
Figure :



Traits :

- O un cercle,
- O le centre de O ,
- $[AB]$ une corde de O ,
- C un point de (AB) dans l'ordre A, B, C
- I le cercle circonscrit au triangle BCO ,
- D le second point d'intersection de I et O ,
- et E le second point d'intersection de (CD) avec I .

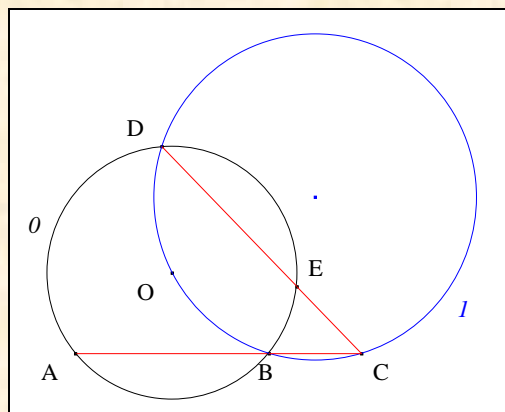
Donné : I passe par O si, et seulement si, $CE = CB$.

VISUALISATION NÉCESSAIRE

• Notons F le second point d'intersection de (BO) avec O .

³ Ayme J.-L., Two equal segments, AoPS du 18/02/2017 ;
https://www.artofproblemsolving.com/community/c6h1385528_two_equal_segments

- Les cercles I et O , les points de base B et D , les médiatrices (OBF) et (CDE) , conduisent au théorème 0 de Reim ; il s'en suit que $(OC) \parallel (FE)$.
- D'après Thalès de Milet "Triangle inscrit dans un demi-cercle", en conséquence, $(FE) \perp (BD)$; $(OC) \perp (BD)$.
- **Conclusion :** (OC) étant la médiatrice de $[BE]$, d'après "Le théorème de la médiatrice", $CB = CE$.



Solie : mutatis mutandis ⁴, nous montrerions que $CA = CD$.

VISUALISATION SUFFISANTE

Commentaire : elle est laissée aux bons soins du lecteur.

⁴ en considérant l'antipôle de D relativement à O

PROBLEME 1⁵

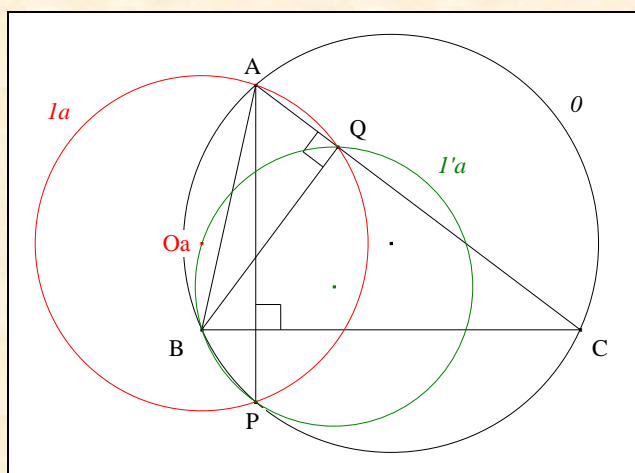
VII Caucasus Mathematic Olympiad
Maykop, 11-16 March 2022

Seniors, Day 2, March 13

Problem 6

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle,
 O le cercle circonscrit,
 P la circumtrace de la A-hauteur,
 Q le pied de la B-hauteur,
 Ia le cercle circonscrit au triangle APQ,
 Oa le centre de Ia
 et $I'a$ le cercle circonscrit au triangle BQP.

Donné : $I'a$ passe par Oa .

VISUALISATION

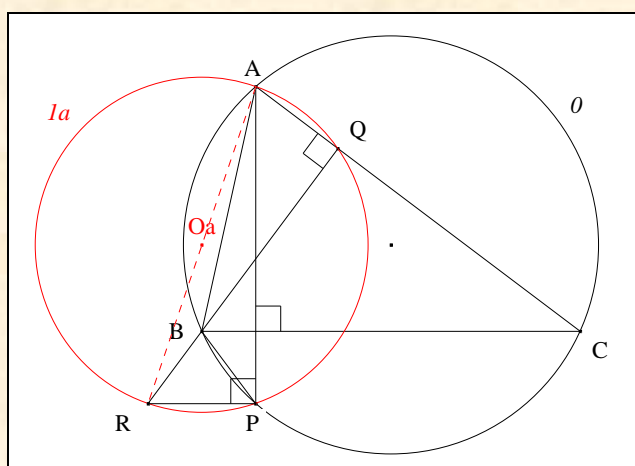
⁵

Énoncé modifié par l'auteur

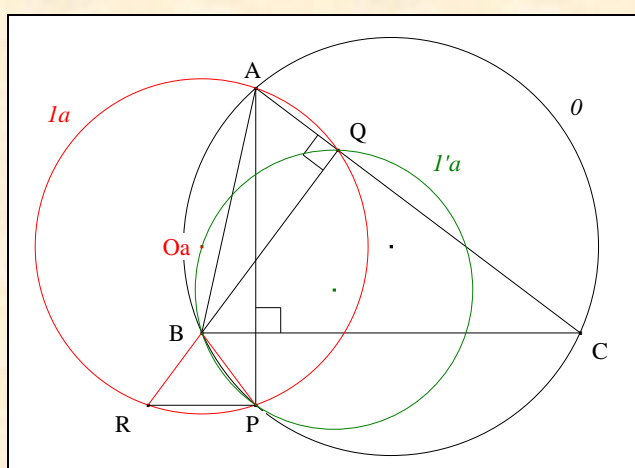
Romantics of Geometry ; <https://www.facebook.com/photo/?fbid=10224296267489083&set=gm.4999291816851151>

Ayme J.-L., Un problème caucasien ;

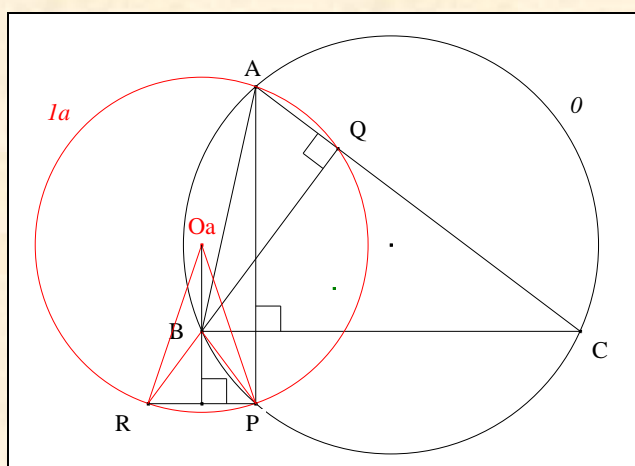
<https://les-mathematiques.net/vanilla/index.php?p=-/discussion/2329712/un-probleme-caucasien/p1?new=1>



- Notons R le second point d'intersection de (BQ) avec $1A$.
- D'après Thalès de Milet "Triangle inscrit dans un demi-cercle", $[AR]$ est un diamètre de $1a$;
- En conséquence, $(PR) \perp (AP)$;
par hypothèse, $(AP) \perp (BC)$;
d'après l'axiome **IVa** des perpendiculaires, $(PR) \parallel (BC)$.
- Une chasse angulaire :
 - * par "Angles alternes-internes", $\angle BPR = \angle PBC$
 - * par "Angles inscrits", $\angle PBC = \angle PAC$
 - * par "Angles à côtés perpendiculaires", $\angle PAC = \angle CBQ$
 - * par "Angles correspondants", $\angle CBQ = \angle PRB$
 - * par transitivité de $=$, $\angle BPR = \angle PRB$
- **Conclusion partielle :** le triangle BRP est B-isocèle.




- **Conclusion :** d'après Problème 1, $1'a$ passe par Oa .



Solie : d'après "Le théorème de la médiatrice", (OaB) est la médiatrice de $[RP]$.

Archive :

VII Caucasus Mathematic Olympiad
Maykop, March 11–16, 2022 year



Caucasus Mathematical Olympiad | Кавказская математическая олимпиада

Seniors. Day 2
March 13

6. Let ABC be an acute triangle. Let P be a point on the circle (ABC) , and Q be a point on the segment AC such that $AP \perp BC$ and $BQ \perp AC$. Let O be the circumcenter of triangle APQ . Find the angle OBC .

6

C. LEXIQUE

FRANÇAIS - ANGLAIS

| | | | | |
|------------------------------|------------------------|--|------------------------|------------------------|
| A | | | N | |
| aligné | collinear | | Notons | name |
| annexe | annex | | nécessaire | necessary |
| axiome | axiom | | note historique | historic note |
| appendice | appendix | | O | |
| adjoint | associate | | orthocentre | orthocenter |
| a propos | by the way btw | | ou encore | otherwise |
| acutangle | acute angle | | P | |
| axiome | axiom | | parallèle | parallel |
| B | | | parallèles entre elles | parallel to each other |
| bissectrice | bisector | | parallélogramme | parallelogram |
| bande | strip | | pédal | pedal |
| C | | | perpendiculaire | perpendicular |
| centre | incenter | | ped | foot |
| centre du cercle circonscrit | circumcenter | | point de vue | point of view |
| cercle circonscrit | circumcircle | | postulat | postulate |
| cévienne | cevian | | point | point |
| colinéaire | collinear | | pour tout | for any |
| concourance | concurrence | | Q | |
| coincide | coincide | | quadrilatère | quadrilateral |
| confondu | coincident | | R | |
| côté | side | | remerciements | thanks |
| par conséquence | consequently | | reconnaissance | acknowledgement |
| commentaire | comment | | respectivement | respectively |
| D | | | rapport | ratio |
| d'après | according to | | répertorié | to index |
| donc | therefore | | S | |
| droite | line | | semblable | similar |
| d'où | hence | | sens | clockwise in this |
| distinct de | different from | | order | |
| E | | | segment | segment |
| extérieur | external | | Sommaire | summary |
| F | | | symédiane | symmedian |
| figure | figure | | suffisante | sufficient |
| H | | | sommet (s) | vertex (vertice) |
| hauteur | altitude | | T | |
| hypothèse | hypothesis | | trapèze | trapezium |
| I | | | tel que | such as |
| intérieur | internal | | théorème | theorem |
| identique | identical | | triangle | triangle |
| i.e. | namely | | triangle de contact | contact triangle |
| incidence | incidence | | triangle rectangle | right-angle triangle |
| L | | | | |
| lemme | lemma | | | |
| lisibilité | legibility | | | |
| M | | | | |
| mediane | median | | | |
| médiatrice | perpendicular bisector | | | |
| milieu | midpoint | | | |