



La figure de Reim

UN RACCOURCI HISTORIQUE

*Seul le regard du coeur
permet de franchir
des barrières*

La Géométrie dont le point de vue fondamental assez homogène est l'étude des figures au sens le plus large, a pris naissance chez les Chaldéens et les Égyptiens.

Hérodote, le père de l'histoire, fait remonter l'origine de cette science à l'époque où Sésostris fit une répartition générale des terres entre les habitants de l'Égypte :

"Les prêtres me dirent encore que Sésostris fit le partage des terres, assignant à chaque Égyptien une portion égale et carrée, qu'on tirait au sort, à la charge néanmoins de lui payer tous les ans une certaine redevance qui composait le revenu royal. Si une cru du Nil enlevait à quelqu'un une portion de son lot, il allait trouver Sésostris pour lui exposer l'accident, et le Roi envoyait sur les lieux des Arpenteurs pour mesurer de combien l'héritage était diminué, afin de ne faire payer la redevance convenue qu'à proportion du fonds qui restait. Voilà, je crois, l'origine de la Géométrie qui a passé de ce pays en Grèce¹."

Au sixième siècle avant notre ère, la Géométrie prenait corps de doctrine sous l'impulsion de Thalès de Milet et de Pythagore de Samos.

Trois siècles plus tard, Euclide² fut l'un des premiers penseurs de l'époque, à sentir la nécessité de fixer par l'écriture toute la connaissance géométrique alors que d'autres, par la suite, fascinés uniquement par la beauté de cette science, s'attachèrent à la mode des "Grecs", à l'embellir en la parant de théorèmes. Jusqu'au début de la Renaissance³, la Géométrie **pure** i.e. **synthétique**⁴ se présentait aux regards des philosophes comme une Dame venue de la plus haute Antiquité.

Au XVI-ième siècle, sous l'impulsion ardente de François Viète⁵, l'algèbre renaissante fécondait avec succès la géométrie synthétique. Le siècle suivant, avec René Descartes et Pierre de Fermat, elle donnait naissance à la géométrie **analytique** qui, rapidement, montra ses limites devant la lourdeur de ses calculs...

C'est avec les "points de fuite"⁶ de Filippo Brunelleschi⁷ que l'assidu Girard Desargues⁸ revisitait avec ses "éléments à l'infini", la Dame de l'Antiquité et il fallut attendre le XIX-ième siècle pour assister à l'émergence de la géométrie **projective** qui, en fait, existait déjà en germe dans les travaux de Pappus d'Alexandrie⁹. Cette nouvelle perspective, déjà en oeuvre dans le "cadre du tableau" des peintres, allait révéler par la suite, la géométrie des **transformations**.

Parallèlement, la géométrie analytique reprit de l'essor lorsque furent mises en place les structures fondamentales de l'algèbre contemporaine. Les espaces vectoriels créés pour les besoins de l'analyse, s'intéressèrent aux "étendues linéaires"¹⁰ venus de la mécanique et fournirent à la géométrie des coordonnées, les outils conceptuels qui lui manquaient. Ainsi avec les recherches de Grassmann¹¹, la géométrie de Descartes se développa et prit les traits de la géométrie **vectorielle**.

¹ Hérodote (484-425 av. J.-C.), *Histoires*, Livre II, CIX et aussi Aristote, *Métaphysique*, tome I.

² Mathématicien grecs, auteur des treize *Éléments* et fondateur de l'école d'Alexandrie.

³ Début du XV-ième siècle.

⁴ Ce terme apparaît pour la première fois chez Gigon, Bericht über: Jacob Steiner's Vorlesungen über synthetische Geometrie, bearbeitet von Geiser und Schröter, *Nouvelles Annales*, 1868.

⁵ Mathématicien français, né à Fontenay-le-Comte en 1540, mort à Paris en 1603.

⁶ Points d'un dessin perspectif où concourent des droites qui sont parallèles dans la réalité.

⁷ Mathématicien italien (1377-1446) qui dessina le dôme octogonal de la cathédrale de Florence.

⁸ Architecte français, né à Lyon en 1591, mort en 1661.

⁹ Mathématicien grec du III-IV-ième siècle.

¹⁰ Vecteurs.

¹¹ Mathématicien allemand, né à Stettin en 1809, mort idem en 1877. Il travailla en marge de l'institution académique.

1956

En supprimant en 1956 la chaire de Géométrie pure de l'École polytechnique qui fut une pépinière de géomètres, l'administration sonnait le glas de la Géométrie¹² qui avait fait rêver tant d'amateurs, au sens noble du terme, depuis l'époque où le philosophe Platon avait fait graver au fronton de l'Académie d'Athènes, la célèbre devise

Nul n'entre ici qui ne soit géomètre.

Pour l'histoire, c'est René Descartes¹³ qui lui porta le premier coup dans la nuit du 10 novembre 1619, lors de son passage dans la maison de Faulhaber qui habitait dans le petit village wurtembergeois de Neuberg aux environs d'Ulm; âgé de 23 ans, Descartes entrevoyait durant cette nuit mystique, "les fondements d'une science admirable" qui allait le conduire à publier en 1637, le célèbre "Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences" augmenté d'un appendice, intitulé "Géométrie", dans lequel il introduisait une nouvelle méthode, la "méthode des coordonnées" dite aussi "application de l'algèbre à la géométrie"; celle-ci consistait à traduire tout problème de géométrie plane en un problème d'algèbre équivalent en introduisant un système de coordonnées qui permettait d'associer à chaque point du plan, un couple de nombres réels. Rappelons qu'un contemporain de Descartes, Pierre de Fermat avait été, lui aussi, traversé par une démarche semblable.

1982

Avec l'émergence des ordinateurs et leur rapide implantation dans tout le domaine scientifique, peu de mathématiciens auraient pu concevoir que la réalisation d'un logiciel de démonstration pourrait prouver des théorèmes connus de Géométrie comme celui de Karl Feuerbach et proposer au passage des conjectures. C'est ce qui arriva en janvier 1987 lorsque l'un des élèves de Wu, Shang-Ching Chou de l'université d'Austin du Texas, s'appuyant sur les travaux de ses prédécesseurs dans ce domaine, réalisa un tel logiciel pour sa thèse¹⁴. Le programme de Chou apparaissait comme une extension puissante de l'approche automatique de Wen-Tsün, un pionnier dans ce domaine et permettait, ce qui est remarquable, de découvrir de nouveaux théorèmes. Dans cette ère nouvelle¹⁵ où les ordinateurs peuvent devenir de véritables assistants, le théorème de Reim est prouvé en 2,33 secondes.

Évacué par les puristes,
le temps refait surface dans la preuve par ordinateur

Après avoir disparu des programmes, la Dame de l'Antiquité réapparaît virtuellement sur les écrans cathodiques des moniteurs. Défigurée en configuration par l'acharnement des chercheurs, la Dame est devenue sous leurs yeux avides, une athlète suivie par le truchement d'un logiciel informatique scrutant le moindre centre de perspective, le moindre axe, la moindre orthogonalité... Face à un déluge de points nouveaux accouchés par l'assistance de l'ordinateur, ces résultats ont-ils encore un sens géométrique ?

1992

¹² A la faculté des sciences de Marseille, le dernier géomètre, le professeur Vincensini prit sa retraite en 1966.

¹³ Mathématicien et philosophe français, 1595-1650.

¹⁴ Chou a montré dans sa thèse que la méthode du chinois américain Wu publiée en 1977, basée en réalité sur le travail de J.F. Ritt, conduisait à un algorithme d'une meilleure efficacité que celui qui avait été initialisé par B. Buchberger en 1965 à partir des bases de Gröbner pour résoudre d'importants problèmes dans la théorie des idéaux de polynômes.

¹⁵ Les mathématiciens ont aujourd'hui l'habitude de dater les choses en événements BC (before computer) et AC (after computer). 1982 est l'année de la première démonstration par ordinateur : il s'agissait du théorème des quatre couleurs nécessitant 1200 heures de calculs par ordinateur, à cette époque.

Cette année, l'américain Douglas Carol Hofstadter qui avait pris l'habitude d'explorer les centres du triangle à l'aide de son stylo à bille à 4 couleurs, entreprend un voyage en Italie pour revoir son vieil ami le professeur Benedetto Scimemi de l'université de Padoue. Lors d'une soirées, Benedetto apprenant de la part de la femme de Douglas Carol, la nouvelle obsession géométrique de son mari, part dans un grand éclat de rire en lui disant qu'il en est de même pour lui avec Cabri et qu'à ce sujet, il était en train de lire un article d'un géomètre américain qui le fait d'une façon systématique à l'aide du logiciel Sketchpad¹⁶ personnalisé¹⁷ avec TTCT DISK1 and DISK2 opérant sous QBASIC ou GWBASIC.

De retour en Amérique à Bloomington, Hofstadter se procure l'article et, à son grand étonnement, découvre que le géomètre en question n'est d'autre que Clark Kimberling habitant, comme lui, l'Indiana à quelques heures de route d'Evansville.

Ce travail de reconnaissance et de découverte de centres, toujours menés à partir de son logiciel personnalisé, lui a permis de recenser¹⁸ avec l'aide de chercheurs en Géométrie du triangle, plus de 3500 centres.

Conformément à la nomenclature de Clark Kimberling¹⁹, les points remarquables ont été recensés sous la forme X_n .

Pour terminer, rappelons que le géomètre canadien Edward Brisse²⁰, a recensé sous un autre point de vue les points remarquables sous la forme aussi sous la forme E_n .

¹⁶ Un point de vente : Key Curriculum Press, 2512 Martin Luther King Jr., P.O. Box 2304, Berkeley, CA 94702.

¹⁷ email : ck6@evansville.edu.

¹⁸ Kimberling Clark, Triangle Centers and Central Triangles, *Congressus Numerantium*, 129 (1988) 1-285.

¹⁹ Kimberling C., *Encyclopedia of Triangle Centers*, 2000, University of Evansville (USA) ; <http://www2.evansville.edu/ck6/encyclopedia/>

²⁰ Brisse E., Table of centers on named objects in triangle geometry of degree 1-2-3-4 ; <http://pages.infinit.net/spqrsncf/ngo.htm.2002>.