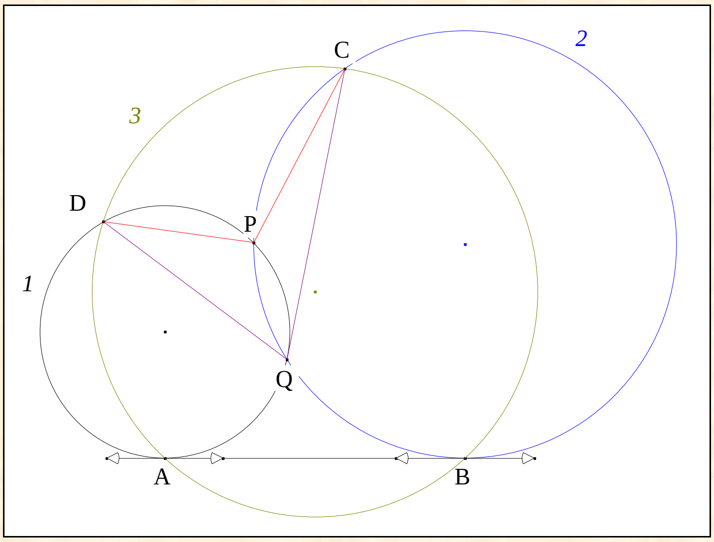
CULTURA GEOMETRICA 9

UNA PROPORZIONE NOTEVOLE

Jean - Louis AYME [1]



Résumé. L'auteur présente une résolution originale d'une proportion basée sur un cercle passant par cinq points et sur deux droites parallèles.
Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Remerciements. Ils vont tout particulièrement au professeur Ercole Suppa de Teramo (Italie) qui a relu et corrigé nombre de mes articles ainsi que pour la traduction en italien de cette note. Sa passion pour la Géométrie du Triangle mérite d'être remarquée par les Géomètres contemporains.

Abstract. The author presents an original proof based on a circle that goes through five points and two parallel lines.
The figures are all in general position and all cited theorems can be proved synthetically.

Aknowledgment. They go to the Professor Ercole Suppa of Teramo (Italy) who has reviewed and corrected many of my articles as well as for the translation into Italian of this note. His passion for the Geometry of the Triangle deserves to be noticed by the contemporary Geometers.

[1] St-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 30/09/2016 ; jeanlouisayme@yahoo.fr

Sunto. L'autore presenta una risoluzione originale basata su un cerchio passante per cinque punti e su due rette parallele.
Le figure sono tutte in posizione generale e tutti i teoremi citati possono essere dimostrati sinteticamente.

Ringraziamenti. Vanno particolarmente al Professor Ercole Suppa di Teramo (Italia) per aver riletto e corretto diversi miei articoli nonchè per la traduzione in italiano di questa nota. La sua passione per la Geometria del Triangolo merita di essere notata dai Geometri contemporanei.

Sommario

Una breve biografia del professor Jean-Louis Ayme

Jean-Louis Ayme, Docteur-Agrégé de Mathématiques, a suivi toute sa scolarité en Allemagne, puis en France. Après avoir été élève du Prytanée national militaire de La Flèche (Sarthe, France) où René Descartes séjourna de 1607 à 1614, puis de l'Ecole des officiers de l'armée de l'Air de Salon-de-Provence, il rejoint la faculté des Sciences de Marseille avant de devenir professeur de Mathématiques.
Il enseigne alors en France, puis l'étranger i.e. en Tunisie, Afghanistan, Maroc, Afrique-du-Sud, Canada et, enfin, à l'île de la Réunion située dans l'océan indien.
Sa passion pour la Géométrie lui a permis de publier un livre intitulé *Méthodes et Techniques en Géométrie* [2] ainsi que de diriger le site *Geometry * Géométrie * Geometria* [3].

---

[2] Ayme J.-L., *Méthodes et Techniques en Géométrie, A propos de la Droite de Newton*, Ellipses, Paris, 2003 ; ISBN 2-7298-I585-6
[3] http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

Une courte biographie d'Ercole Suppa

Ercole Suppa was born February 25, 1958 in Teramo (Italy). He graduated in Mathematics in 1981 at the University of Aquila. Taught applied mathematics in a I.T.C. for programmers. He is currently a mathematics and physics teacher at the high school A.Einstein of Teramo. Since 1997 he has dedicated himself to the preparation of young participants in the Math Olympiads and has developed along with his wife, also a professor of mathematics, a website entirely dedicated to math competitions [4].
In 2001 he published the book The *geometrical problem from compass to Cabri* [5] in collaboration with his colleague and friend Italo D'Ignazio who transmitted him a great passion for synthetic geometry.
Enthusiast of problem solving, sent numerous several solutions to geometric problems to various magazines and has set up a website devoted to elementary geometry [6].

[4] http://www.rotupitti.it
[5] D'Ignazio I, Suppa E., *Il problema geometrico, dal compasso al Cabri*, Interlinea Editrice, Teramos, 2001 ; ISBN 88-85426-16-1
[6] http://www.esuppa.it

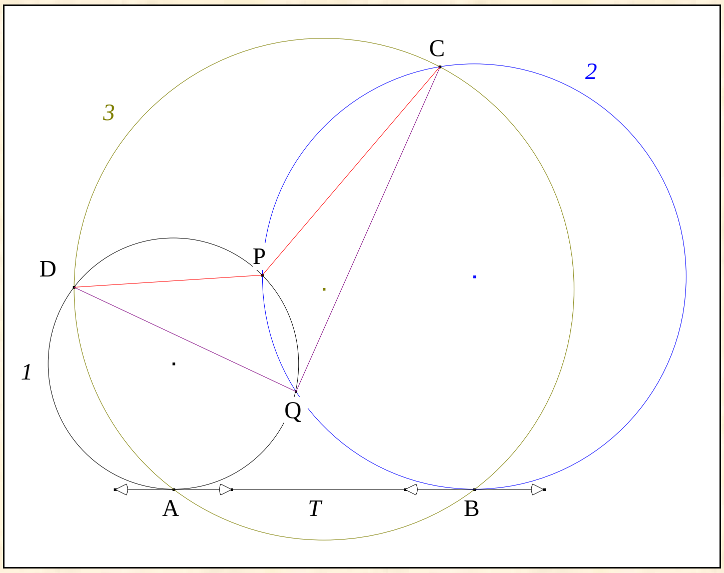
A. IL PROBLEMA

China Western Mathematical Olympiad 2016

Day **1** - Problem **2**

VISIONE

Figura :



Ipotesi :		*1*, *2*	due cerchi secanti,
		P, Q	i punti d'intersezione di *1* e *2*,
		T	la tangente esterna comune a *1* e *2* come indicato nella figura,
		A, B	i punti di contatto *T* risp. con *1*, *2*,
		3	un cerchio passante per A e B,
	et	C, D	i secondi punti d'intersezione di *3* risp. con *2*, *1*.

Tesi : QC/QD = PC/PD. [7]

Archivio

2016 China Western Mathematical Olympiad

Western Mathematical Olympiad 2016

Day 1

intersects $\odot O_1$, $\odot O_2$ at D, C. Prove that $\frac{CP}{CQ} = \frac{DP}{DQ}$

---

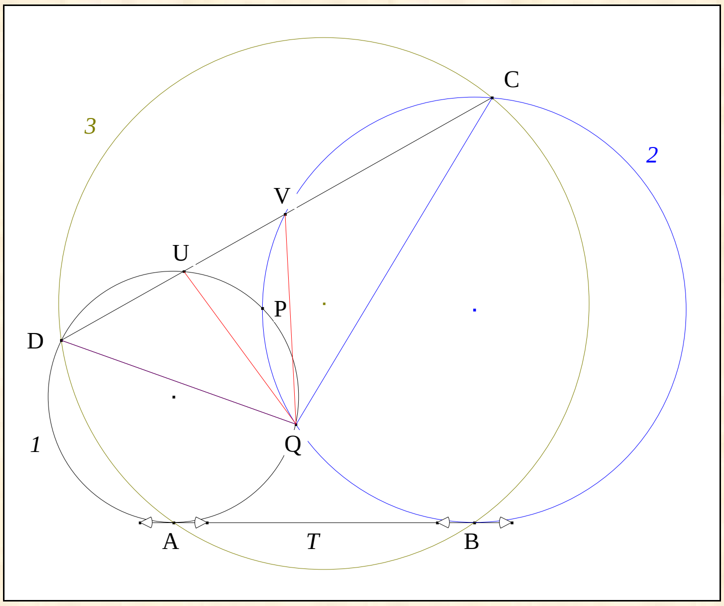
[7] a new geometry, AoPS du 16/08/2016 ;
http://www.artofproblemsolving.com/community/c6t48f6h1290739_a_new_geometry
Ayme J.-L., Une conjecture, *Les-Mathematiques.net* ;
http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1332318
http://www.esuppa.it/articoli.html

B. TRE LEMMI

1. Due isogonali

VISIONE

Figura :

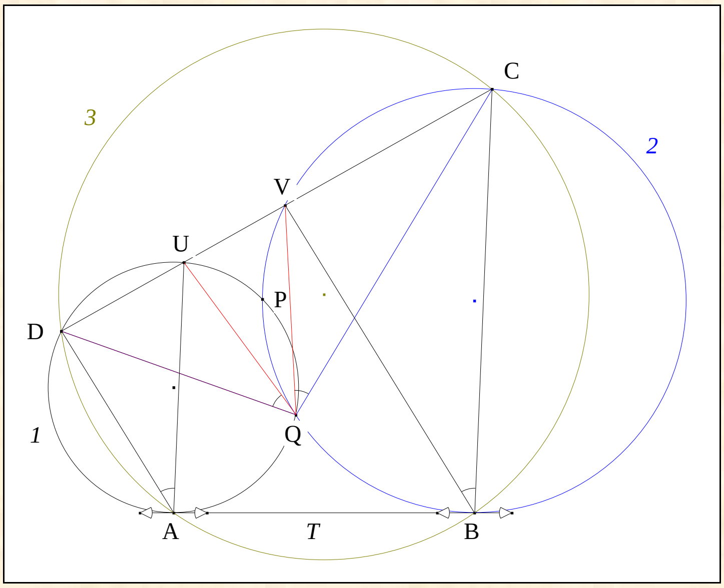


Ipotesi : alle ipotesi e notazioni precedenti, aggiungiamo
U, V i secondi punti d'intersezione di (CD) risp. con *1*, *2*.

Tesi : (QU) e (QV) sono due Q-isogonali del triangolo QCD. [8]

[8] Ayme J.-L., Two isogonal, AoPS du 22/09/2016 ;
http://www.artofproblemsolving.com/community/c6h1309269_two_isogonals

VISUALIZZAZIONE



- I cerchi *1* e *3*, i punti base A e D, le moniennes (AAB) e (UDC), conducono al teorema **3** di Reim ; ne segue che (AU) // (BC).

- I cerchi *2* e *3*, i punti base B e C, le moniennes (BBA) e (VCD), Conducono al teorema **3** di Reim ; ne segue che (BV) // (AD).

- Una caccia angolare :

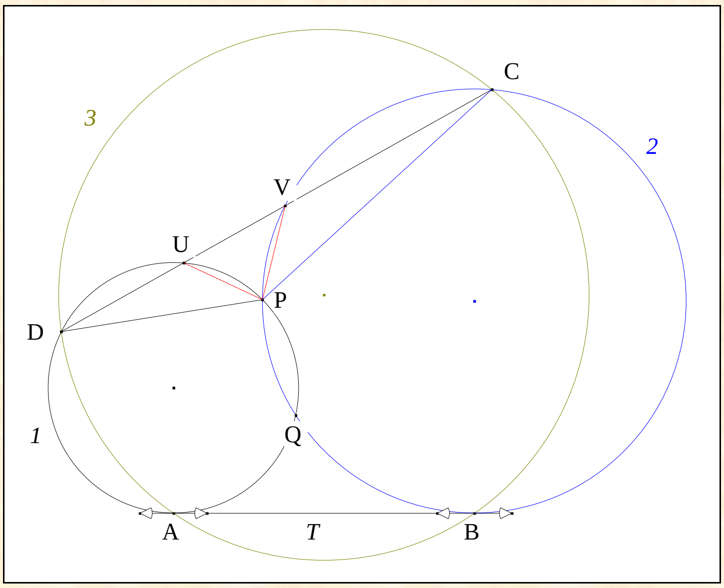
  * per "Angoli con lati paralleli", <UAD = <CBV

  * per "Angoli inscritti", <UAD = <UQD et <CBV = <CQV

  * per sostituzione, <UQD = <CQV.

- **Conclusione :** (QU) e (QV) sono due Q-isogonali del triangolo QCD.

Osservazione : visione gemellare

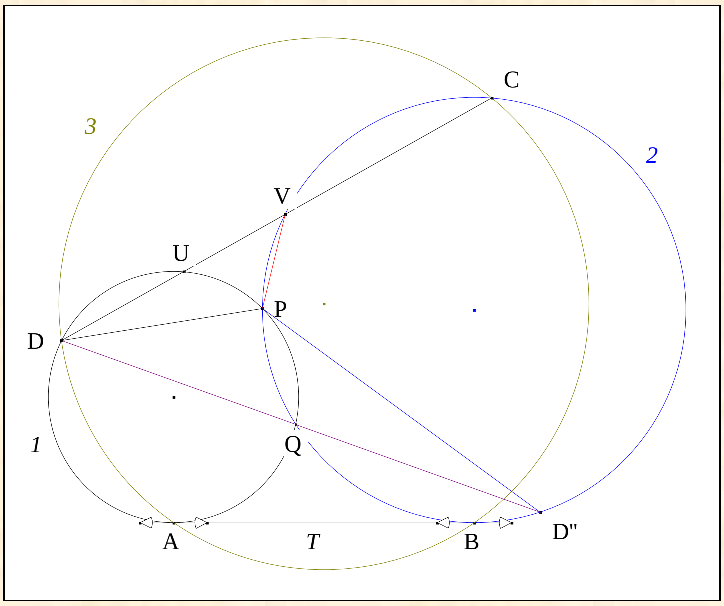


- **Conclusione :** (PU) e (PV) sono due P-isogonali del triangolo PCD.

2. Otto bisettrici interne

VISIONE

Figura :



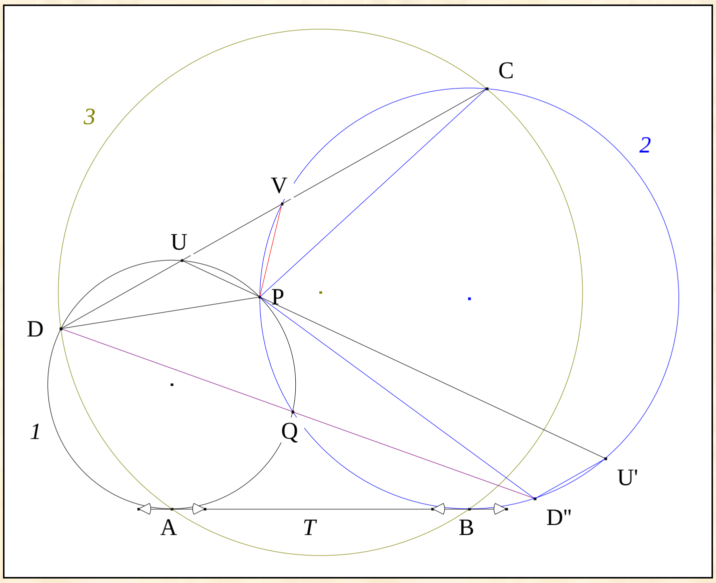
Ipotesi : alle ipotesi e notazioni precedenti, aggiungiamo
D" il secondo punto d'intersezione di (DQ) con *2*.

Tesi : (PV) è la P-bisettrice interna del triangolo PDD". [9]

VISUALIZZAZIONE

---

[9] Ayme J.-L., A bisector, AoPS du 21/09/2016 ;
http://www.artofproblemsolving.com/community/c6h1308859_a_bisector
Ayme J.-L., Une bissectrice, Les-Mathematiques.net ;
http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1330510



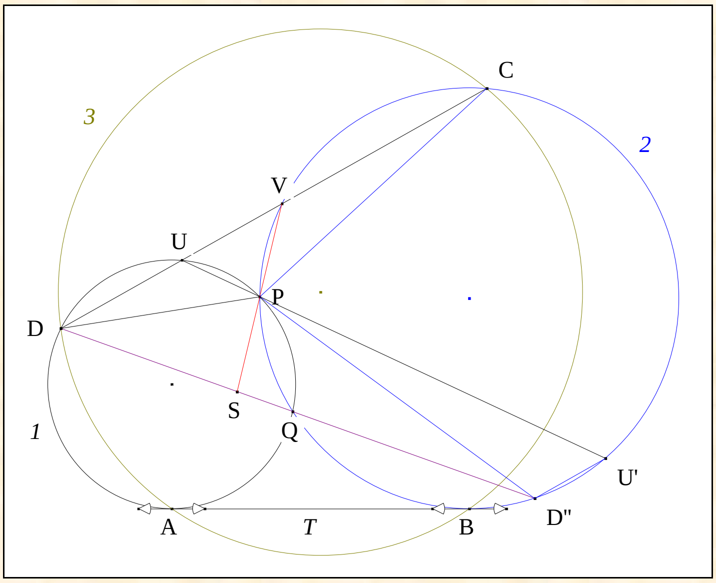
- Indichiamo U' il secondo punto d'intersezione di (UP) con *2*.

- I cerchi *2* e *1*, i punti base Q e P, le moniennes (D"QD) e (U'PU), conducono al teorema **0** di Reim ; ne segue che (D"U') // (DU) ;
  per ipotesi, (DU) // (VC) ;
  per la transitività di //, (D"U') // (VC).

- Una caccia angolare a **Π** fornisce :

*	per "Angoli inscritti",	<U'PC = <U'D"C
*	per (D"U') // (VC),	<U'D"C = <VCD"
*	per "Angoli inscritti",	<VCD" = < D"PV
*	per la transitività di "=",	<U'PC = < D"PV.

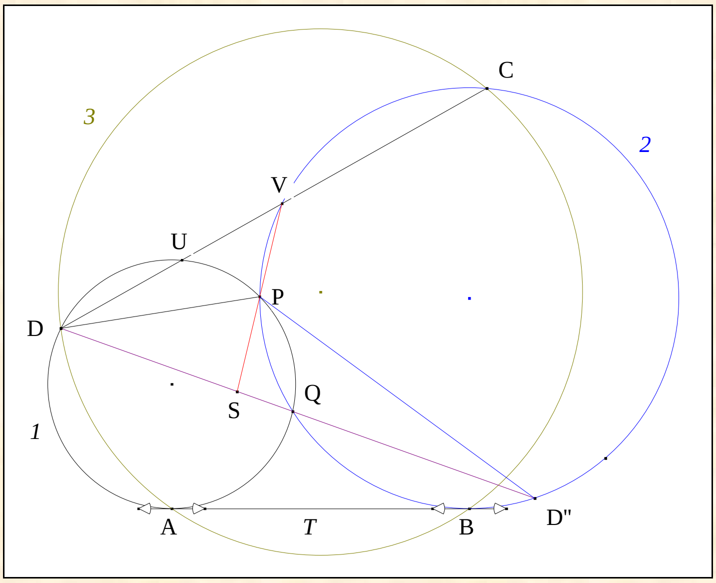
- **Conclusione parziale :** (PD") e (PU') sono due P-isogonali del triangolo PVC.



- Una caccia angolare a **Π** fornisce :

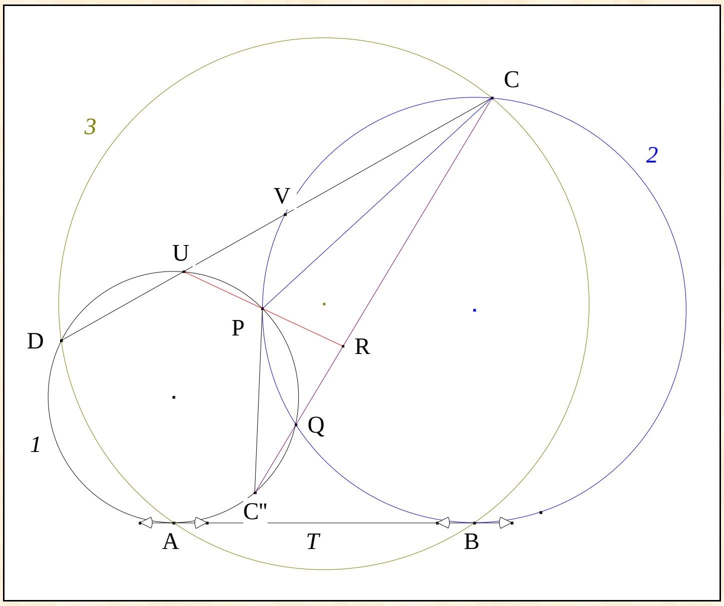
*	per isogonalità,	<D"PV = <U'PC
*	per un'altra scrittura,	<U'PC = <UPC
*	per **B.1**. Due isogonali,	<UPC = <VPD
*	per la transitività di //,	<D"PV = <VPD.

- **Conclusione :** (PV) è la P-bisettrice interna del triangolo PDD".



- Indichiamo S il punto d'intersezione di (PV) e (QD).

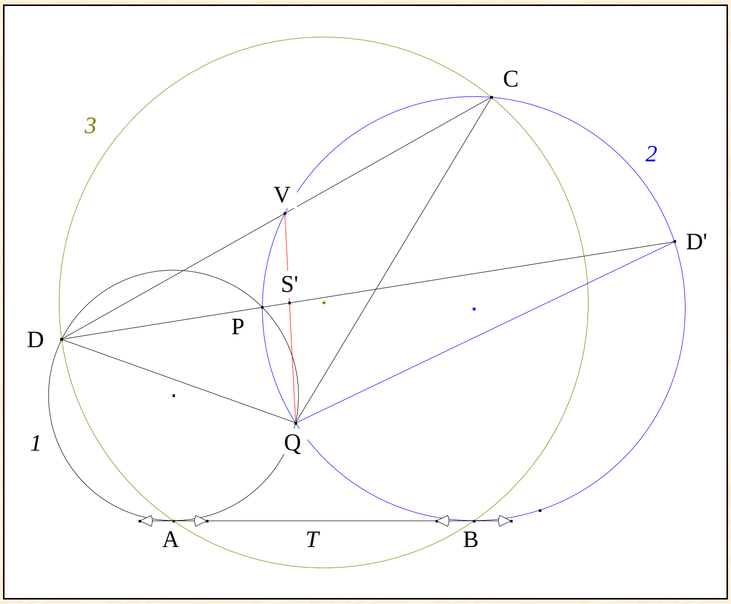
Osservazioni : **(1)** La bisettrice (PU)



- indichiamo C" il secondo punto d'intersezione di (CQ) con *1*
  e R il punto d'intersezione di (PU) e (QC).

- **Conclusione :** (PU) è la P-bissectrice interna del triangolo PCC".

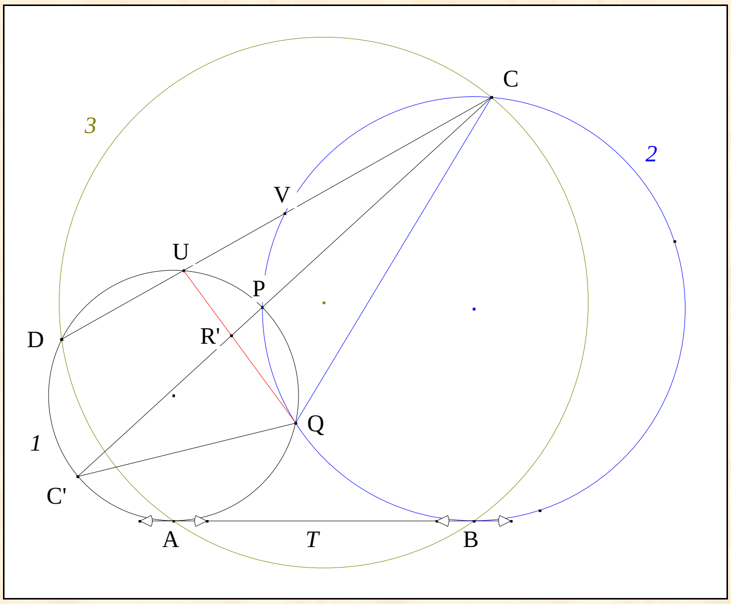
(2) La bisettrice (QV)



- Indichiamo S' il punto d'intersezione di (QV) e (PD),
  e D' il secondo punto di intersezione di (DP) con *2*.

- **Conclusione :** (QV) è la Q-bisettrice interna del triangolo QDD'.

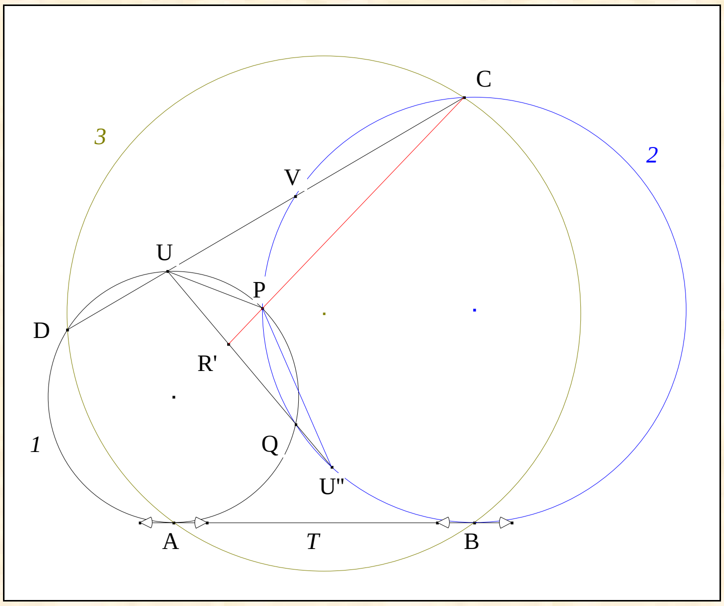
(3) La bisettrice (QU)



- Indichiamo R' il punto d'intersezione di (QU) e (PC),
  e C' il secondo punto di intersezione di (CP) con *1*.

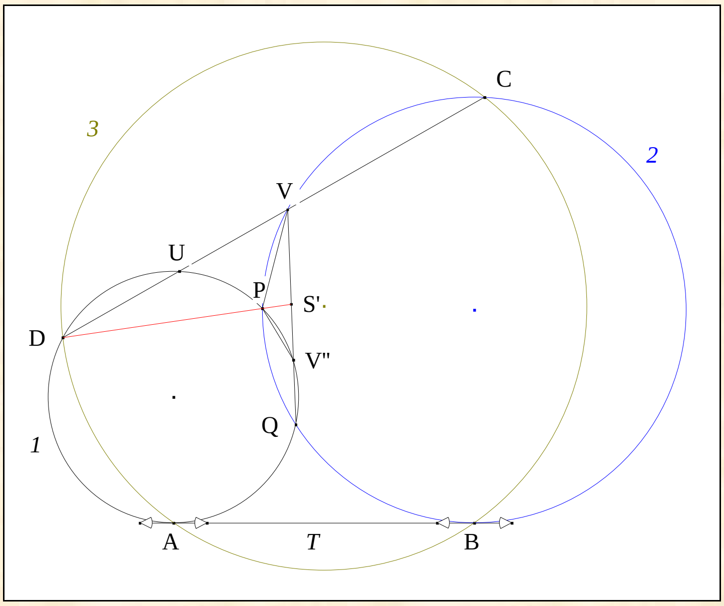
- **Conclusione :** (QU) è la Q-bisettrice interna del triangolo QCC'.

(4) La bisettrice (PC)



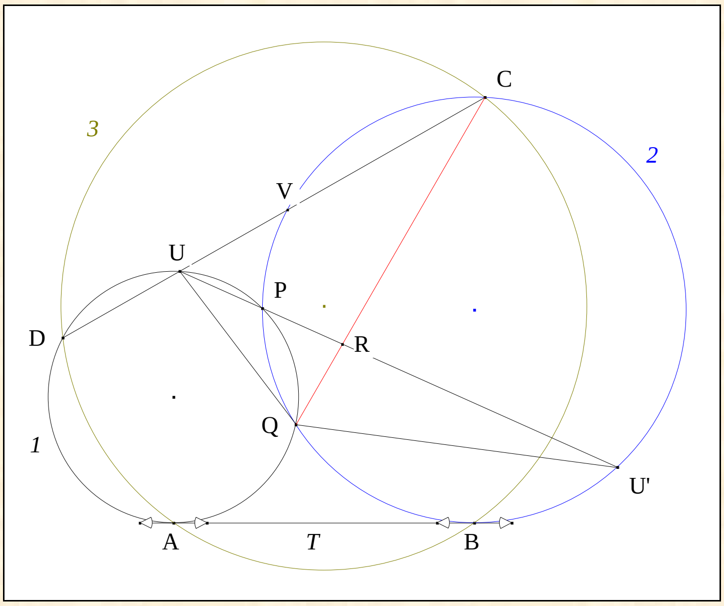
- Indichiamo U" il secondo punto d'intersezione di (UQ) con *2*.
- **Conclusione :** (PC) è la P-bisettrice interna del triangolo PUU".

(5) La bisettrice (PD)



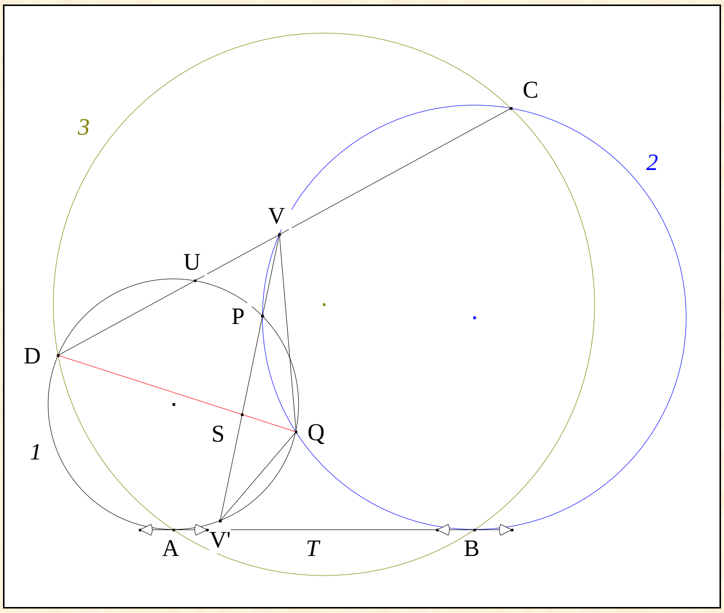
- Indichiamo V" il secondo punto d'intersezione di (VQ) con *1*.
- **Conclusione :** (PD) è la P-bisettrice interna del triangolo PVV".

(6) La bisettrice (QC)



- Indichiamo U' il secondo punto d'intersezione di (UP) con *2*.
- **Conclusione :** (QC) è la Q-bisettrice interna del triangolo QUU'

(7) La bisettrice (QD)

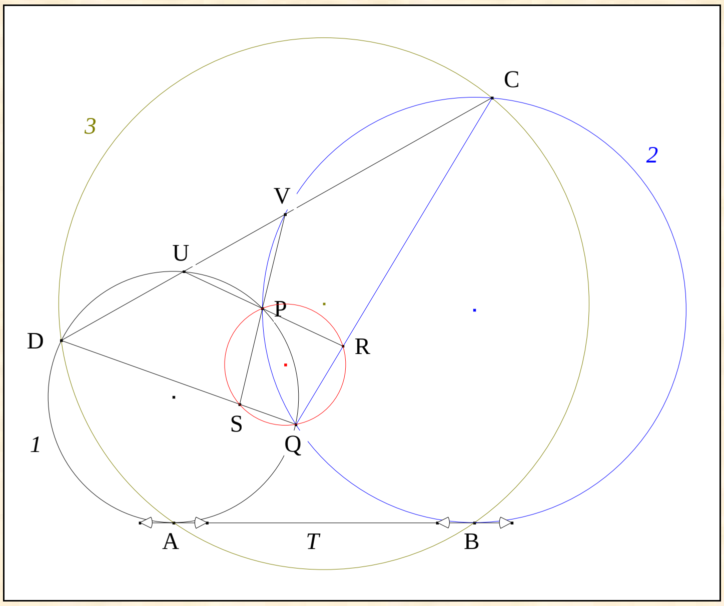


- Indichiamo V' il secondo punto d'intersezione di (VP) con *1*.
- **Conclusione :** (QD) è la P-bisettrice interna del triangolo QVV'

3. Sei punti conciclici e tre rette parallele tra loro

VISIONE

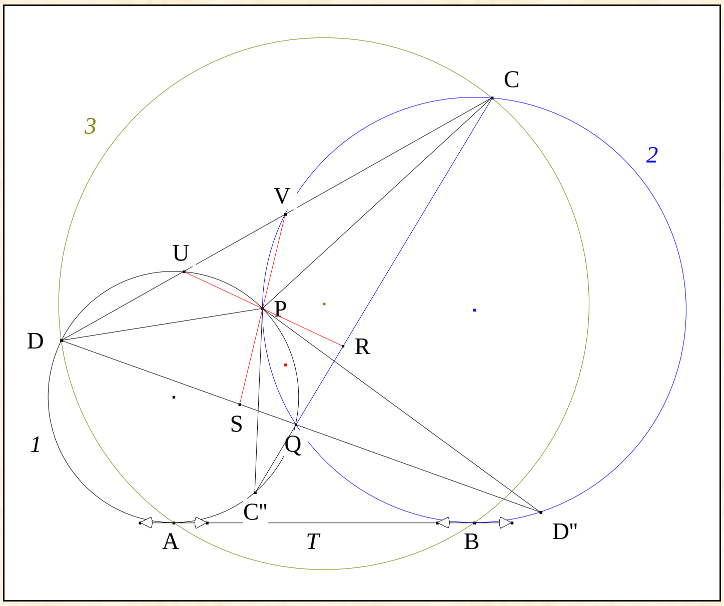
Figura :



Ipotesi : le ipotesi e le notazioni sono le stesse di quelle usate precedentemente.

Tesi : P, Q, R e S sono conciclici. [10]

VISUALISATIONE



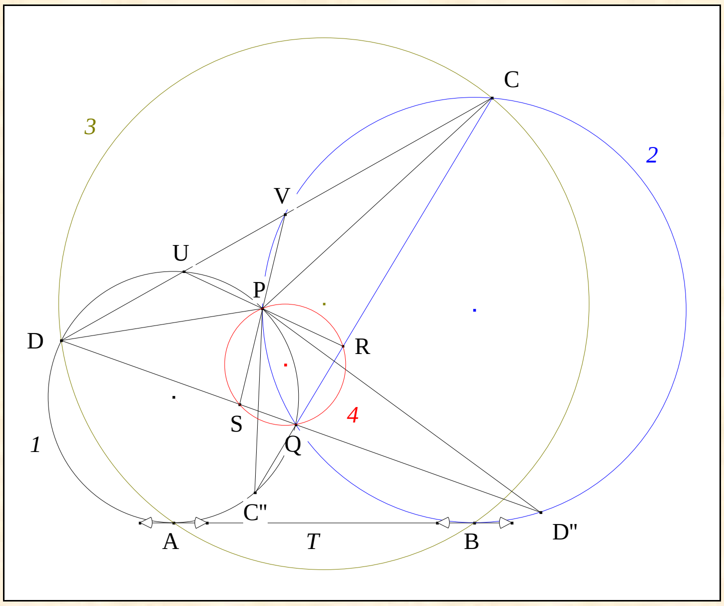
- Da **B. 2.** Otto bisettrici, **(1)** (PV) è la P-bisettrice interna del triangolo PDD"

  (2) (PU) è la P-bisettrice interna del triangolo PCC".

[10] Ayme J.-L., Suppa E. ; http://www.esuppa.it/problemirisolti.html

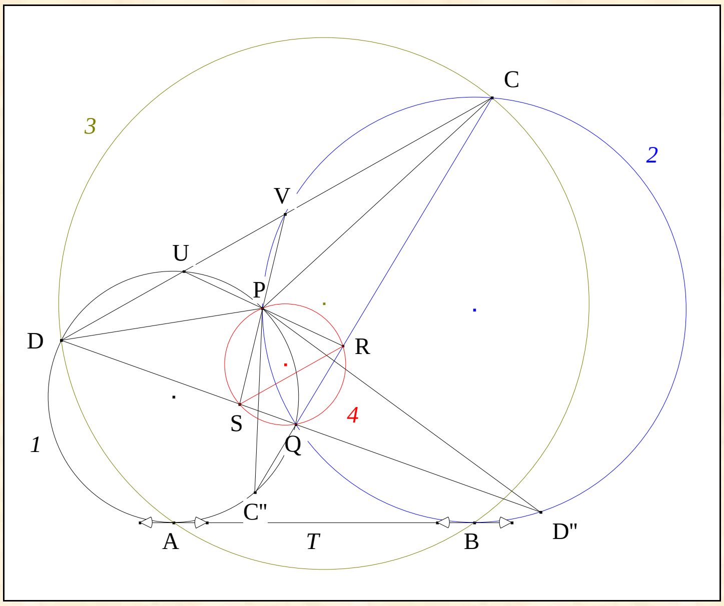
- Dal 'Teorema della bisettrice", **(1)** PD/PD" = SD/SD"

  (2) PC"/PC = RC"/RC.



- Dalla similitudine dei triangoli PDD" e PCC", PD/PD" = PC"/PC.
- Per sostituzione, SD/SD" = RC"/RC.
- **Conclusione :** dal teorema "Il cerchio dei rapporti costanti " [11], P, Q, R e S sono conciclici.
- Indichiamo *4* questo cerchio.

Osservazioni : **(1)** due parallele

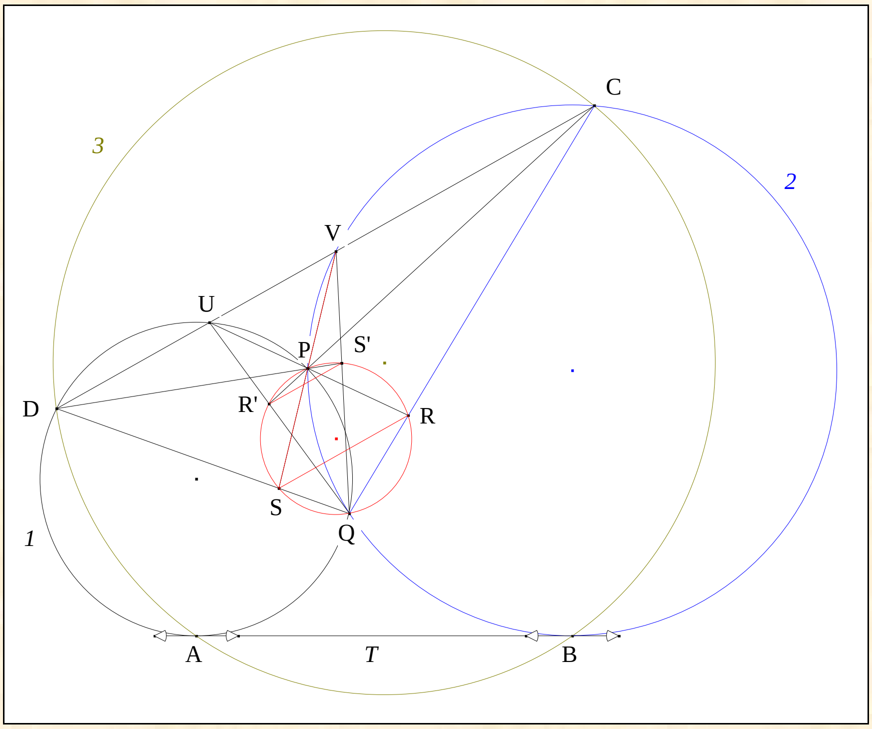


[11] Ayme J.L., The midcircle theorem, G.G.G. vol. **25**, p. 25-26 ; http://jl.ayme.pagesperso-orange.fr/

- I cerchi *4* e *1*, i punti base P e Q, les moniennes (RPU) e (SQD), conducono al teorema **0** di Reim ; ne segue che (RS) // (UD).

- **Conclusione :** (RS) è parallela a (CD).

(2) Visione gemellare



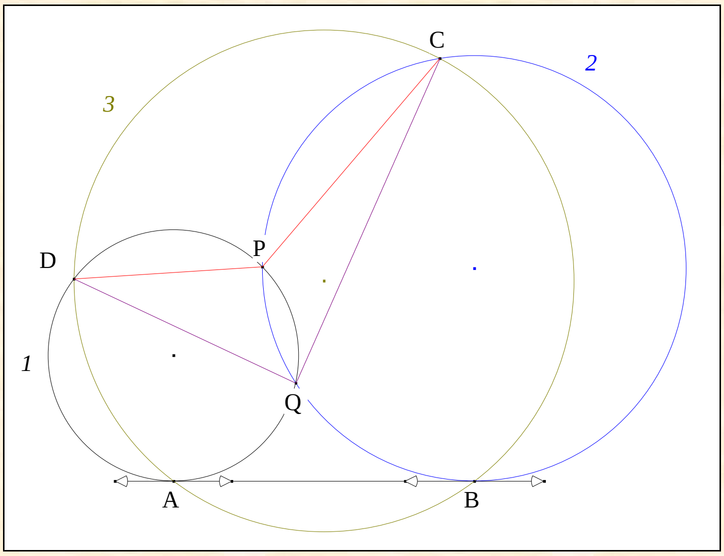
- **Conclusione :** P, Q, R, S, R' e S' sono conciclici [12]
  e
  (RS), (R'S') e (CD) sono parallele tra loro.

[12] Ayme J.-L., Six concyclic points, AoPS du 03/10/2016 ;
http://www.artofproblemsolving.com/community/c6h1314020_six_concyclics_points
Ayme J.-L., Six points cocycliques, *Les-Mathematiques.net* ;
http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?8,1336574

C. LA DIMOSTRAZIONE DELL'AUTORE

VISIONE

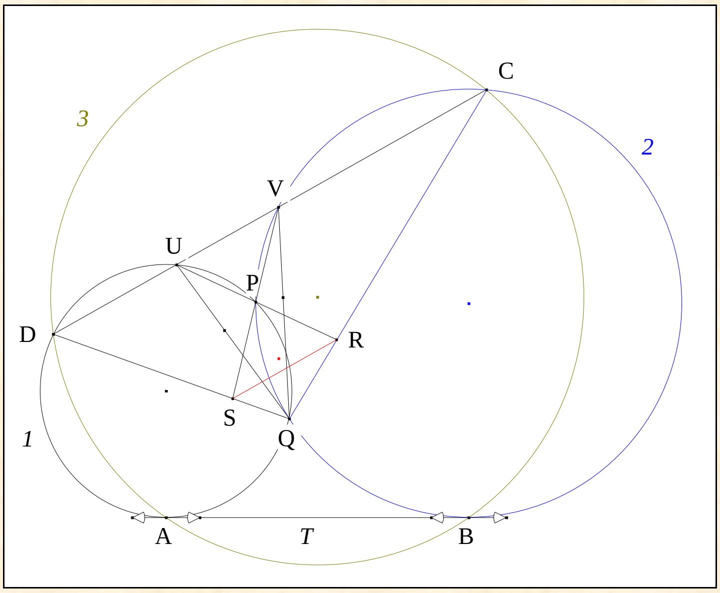
Figura :



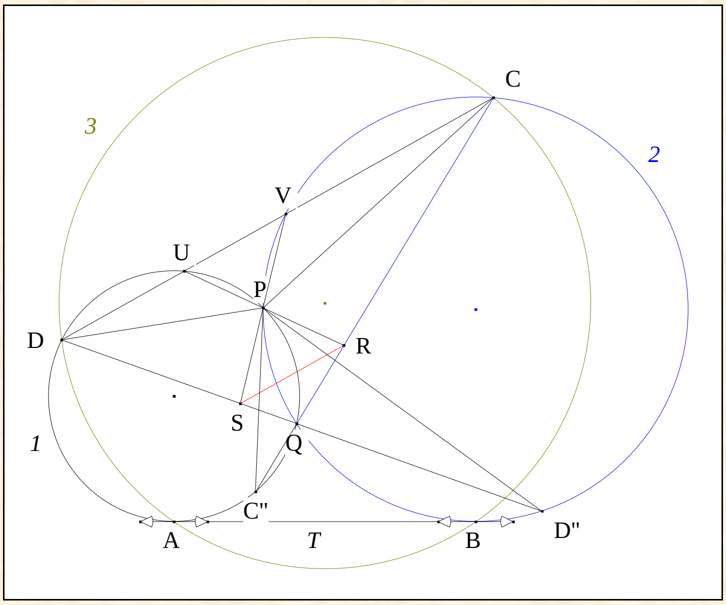
Ipotesi : le ipotesi e le notazioni sono le stesse di quelle usate precedentemente.

Tesi : QC/QD = PC/PD.

VISUALISATION



- Dal "Teorema di Talete" , QC/QD = CR/DS.



- Dalla similitudine dei triangoli PCR' e PDS, CR/DS = PC/PD.
- **Conclusione :** per la transitività di =, QC/QD = PC/PD.