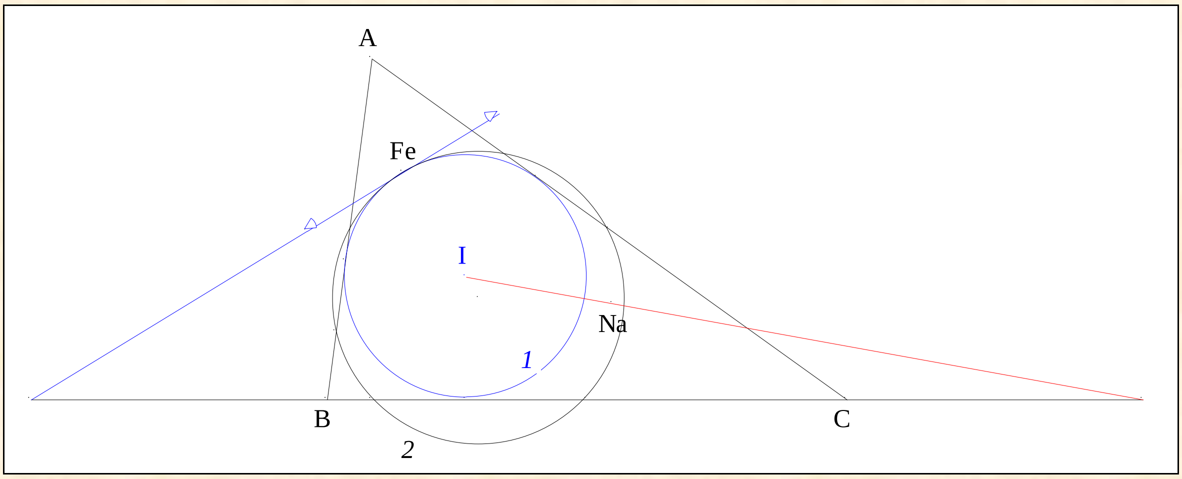
SUR LA TANGENTE AU POINT DE FEUERBACH

Tout cela, je vous l'ai dit en figure.
L'heure vient
où je ne vous parlerai plus en figures...[1]

Jean-Louis AYME [2]



Résumé. L'auteur présente la tangente au point de Feuerbach d'un triangle accompagnée de deux développement.
Des commentaires, des notes historiques, des archives et un lexique (français-anglais) accompagnent l'article.
Les figures sont toutes en position générale et tous les théorèmes cités peuvent tous être démontrés synthétiquement.

Abstract. The author presents the tangent at the Feuerbach's point of a triangle accompanied by two development.
Comments, historical notes, archives and a glossary (French-English) comes with the article.
The figures are all in general position and all cited theorems can all be shown synthetically.

---

[1] Bible, St. Jean **16**, 25

[2] Saint-Denis, Île de la Réunion (Océan Indien, France), le 31/05/2013

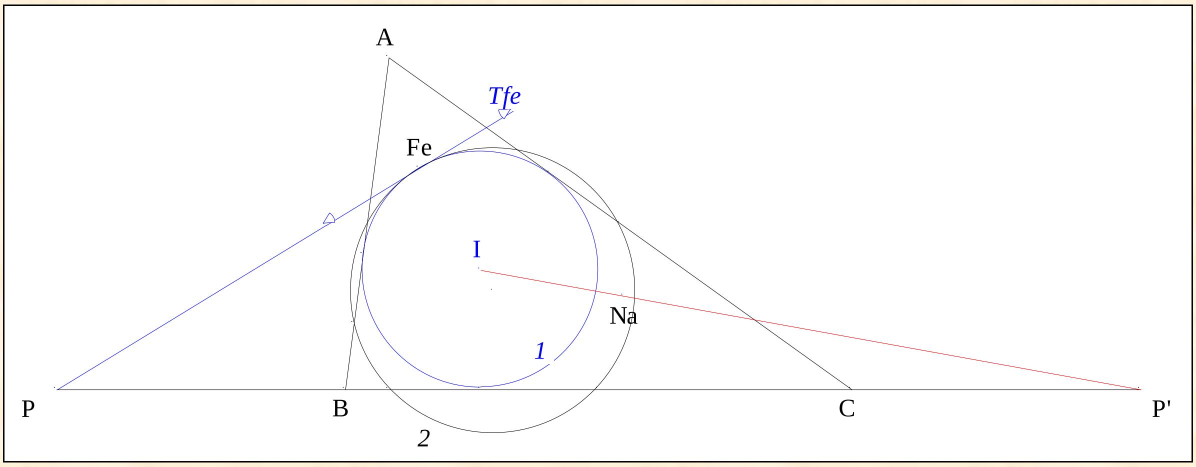
Sommaire

A. LE RÉSULTAT

1. Présentation

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle,
1 le cercle inscrit de ABC,
I le centre de *1*,
2 le cercle d'Euler de ABC,
Fe le point de Feuerbach de ABC
Na le point de Nagel de ABC,
Tfe la tangente à *1* en Fe
et P, P' les points d'intersection de (BC) resp. avec *Tfe*, (INa).

Donné : P et P' sont isotomiques [3] relativement à [BC]. [4]

Scolies : **(1)** Fe est le point de tangence de *1* et *2* [5]

(2) *Tfe* est "la tangente de Feuerbach de ABC"

(3) (INa) est "la droite de Nagel de ABC" ou encore "la seconde droite d'Euler de ABC" [6]

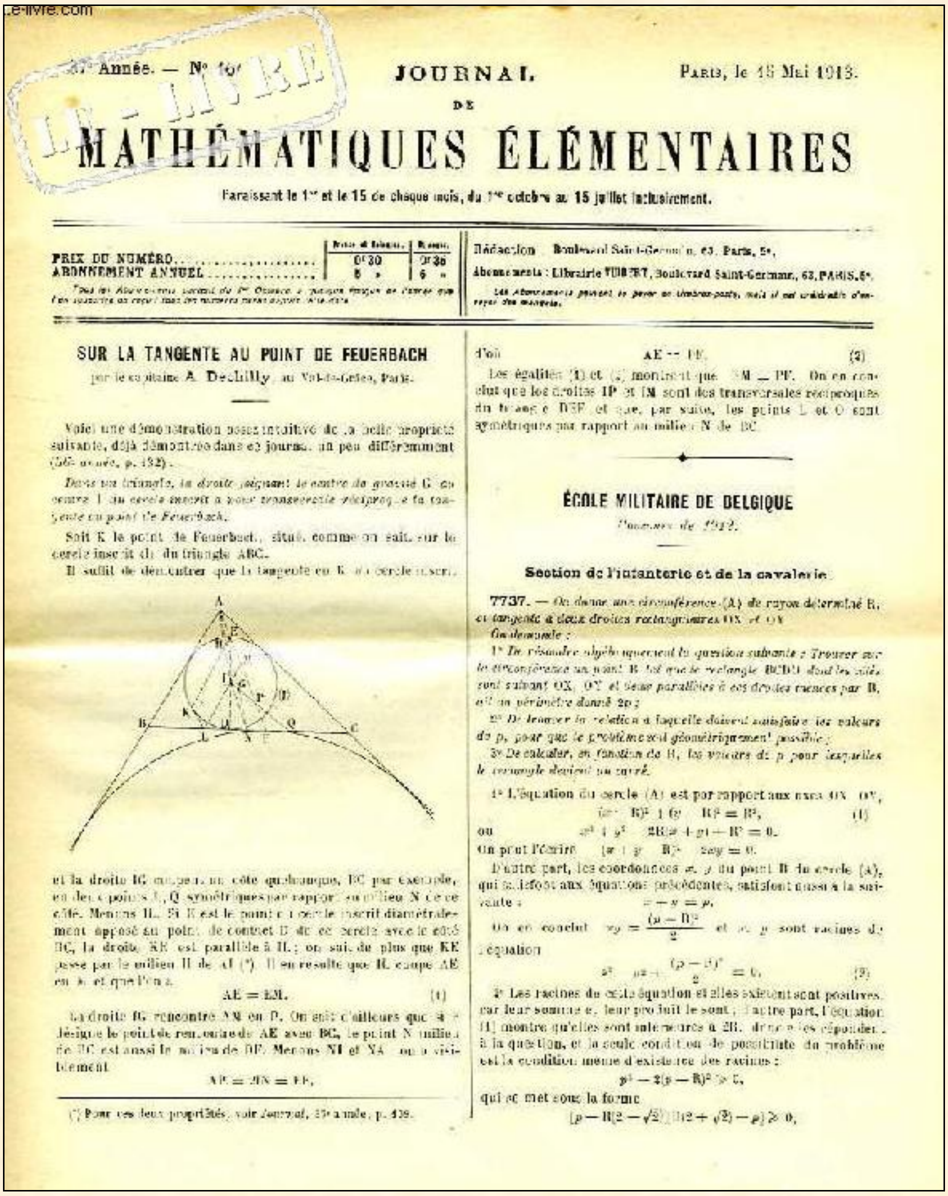
2. Note historique

ce résultat apparaît dans le *Journal de mathématiques élémentaires* [7] de Vuibert en 1912. Une note du capitaine A. Dechilly du Val-de-Grace (Paris, France) sur le même sujet et dans le même journal est publiée en le 15 mai 1913.
Rappelons que le bimensuel *J.math.élem.* de langue française a été édité par Henry Vuibert en 1880 et ce jusqu'en 1980

---

[3] i.e. P et P' sont symétriques par rapport au milieu de [BC]
[4] Lalesco T., *La Géométrie du triangle*, réédition J. Gabay, Paris (1987) proposition **4-36** p. 35
[5] Ayme J.-L., Le théorème de Feuerbach, G.G.G. vol. **3**, p. 7-14 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme
El theorema de Feuerbach, *Revistaoim* (Espagne) **26** (2006) ; http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/
[6] Ayme J.-L., Cinq théorèmes de Christian von Nagel, G.G.G. vol. **3**, p. 7-14 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme
[7] *J.M.E.* 1912 (36^{e} année) 132

3. Archives



e-livre.com

... Année. — N° ... **JOURNAL** DE Paris, le 15 Mai 1913.

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES

Paraissant le 1er et le 15 de chaque mois, du 1er octobre au 15 juillet inclusivement.

	France et Colonies	Étranger
PRIX DU NUMÉRO	0f 30	0f 35
ABONNEMENT ANNUEL	5 »	6 »

Rédaction : Boulevard Saint-Germain, 63, Paris, 5e.

Abonnements : Librairie VUIBERT, Boulevard Saint-Germain, 63, PARIS, 5e.

SUR LA TANGENTE AU POINT DE FEUERBACH

par le capitaine A. Dechilly, au Val-de-Grâce, Paris.

Voici une démonstration assez intuitive de la belle propriété suivante, déjà démontrée dans ce journal un peu différemment (36e année, p. 132).

Dans un triangle, la droite joignant le centre de gravité G au centre I du cercle inscrit a pour transversale réciproque la tangente au point de Feuerbach.

Soit K le point de Feuerbach, situé, comme on sait, sur le cercle inscrit (I) du triangle ABC.

Il suffit de démontrer que la tangente en K au cercle inscrit,

...

d'où AE = PF. (2)

Les égalités (1) et (2) montrent que IM = PF. On en conclut que les droites IP et IM sont des transversales réciproques du triangle DEF et que, par suite, les points L et Q sont symétriques par rapport au milieu N de BC.

ÉCOLE MILITAIRE DE BELGIQUE

Concours de 1912.

Section de l'infanterie et de la cavalerie.

7737. — *On donne une circonférence (A) de rayon déterminé R, et tangente à deux droites rectangulaires OX et OY.*

On demande :

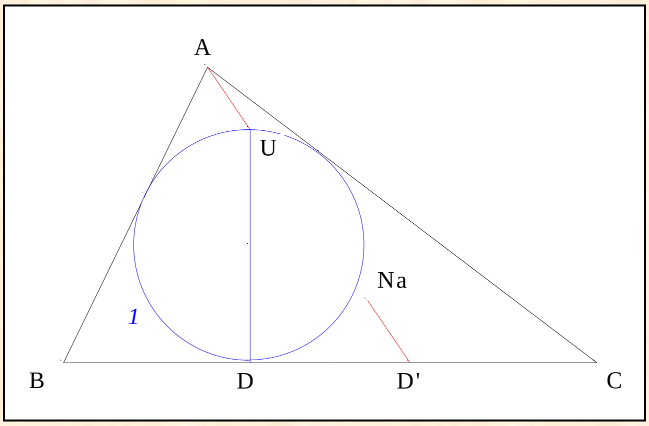
1° *De résoudre algébriquement la question suivante : Trouver sur la circonférence un point B tel que le rectangle BCDO dont les côtés sont suivant OX, OY et deux parallèles à ces droites menées par B, ait un périmètre donné 2p ;*

...

1. Deux segments égaux

VISION

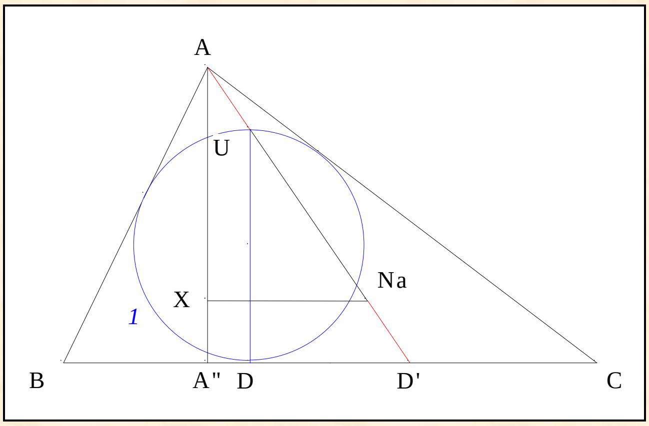
Figure :



Traits : ABC un triangle,
1 le cercle inscrit de ABC,
D le point de contact de *1* avec (BC),
U l'antipôle de D relativement à *1*,
Na le point de Nagel de ABC
et D' l'isotome de D relativement à [BC].

Donné : AU = NaD'. [8]

VISUALISATION



- Nous savons que A, U et D' sont alignés.

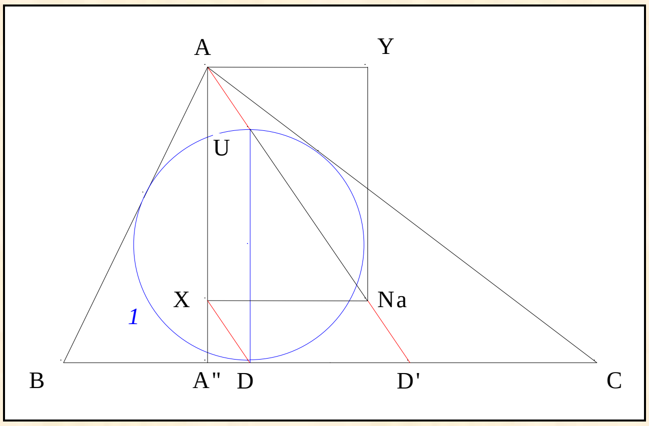
---

[8] Lalesco T., *La Géométrie du triangle*, réédition J. Gabay, Paris (1987) proposition **4-39** p. 35 ;
USAMO 2001 Problem 2, *Mathlinks* du 30/09/2005 ; http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=54049
Myakishev A., 9—10, Prove that point lies on the incircle, Sharygin contest 2008. The correspondence round. Problem **13**, *Mathlinks* du 03/09/2008 ; http://www.mathlinks.ro/Forum/viewtopic.php?search_id=48439151&t=224272
Incircle, *Mathlinks* du 12/03/2010 ; http://www.mathlinks.ro/Forum/viewtopic.php?t=337716

- Par définition, Na est sur (AD').

- Notons A" le pied de la A-hauteur de ABC
  et X le pied de la perpendiculaire abaissée de Na sur (AA").

- **Scolie :** (AX) // (DU).



- Notons Y le point tel que le quadrilatère AXNaY soit un rectangle.

- **Scolie :** Na est le centre du cercle inscrit du triangle antimédian de ABC. [9]

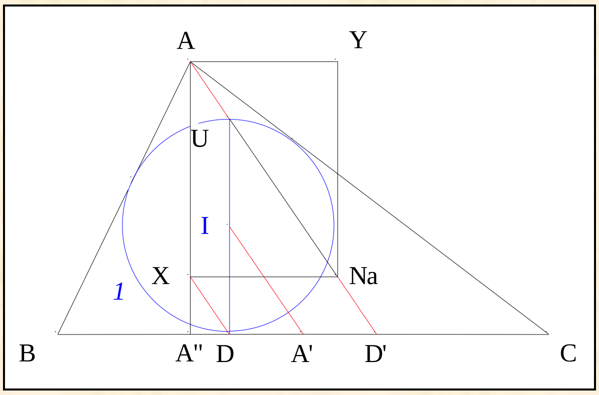
- Une chasse segmentaire : AX = YNa ;
  YNa = UD ;
  par transitivité de la relation =, AX = UD.

- Le quadrilatère AXDU ayant deux côtés parallèles et égaux est un parallélogramme ;
  en conséquence, **(1)** (AU) // (XD)
  (2) AU = XD.

- Le quadrilatère XDD'Na ayant ses côtés opposés parallèles, est un parallélogramme ;
  en conséquence, XD = NaD'.

- **Conclusion :** par transitivité de la relation =, AU = NaD'.

Scolies : **(1)** deux parallèles



- Notons I le centre de *1*
  et A' le milieu de [BC].

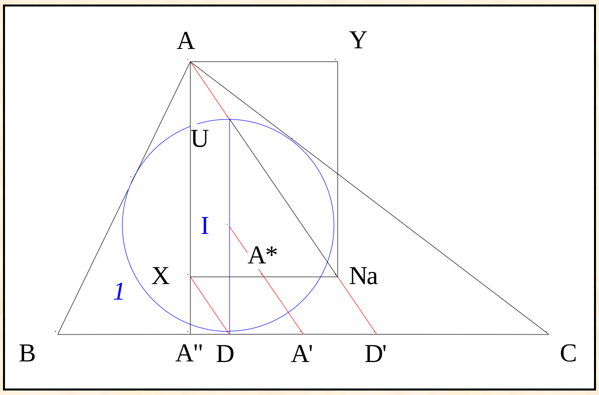
[9] Ayme J.-L., Le cercle de Fuhrmann, G.G.G. vol. **5** p. 4 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme

- D'après Thalès "La droite des milieux" appliqué au triangle UDD', (IA') // (AUNaD').

- **Conclusion :** (DX), (A'I) et (D'A) sont parallèles entre elles.

(2) D et D' sont isotomiques relativement à [BC] ;
en conséquence, A' est le milieu de [DD']

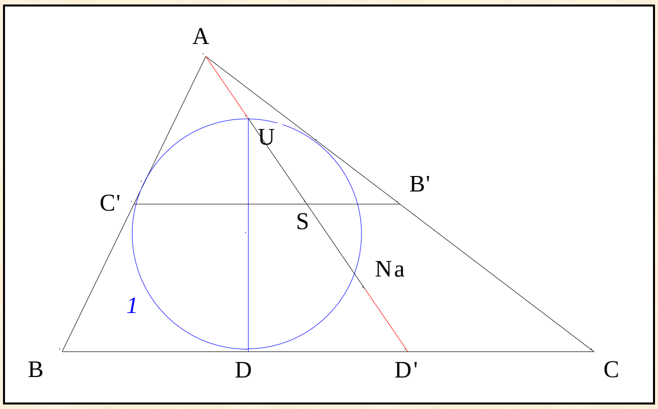
(3) Un milieu



- Notons A* le point d'intersection de (A'I) et (XNa).

- **Conclusion :** d'après l'axiome de passage **IIIb**
appliqué à la bande de frontières (DX) et (D'A), d'axe médian (A'I),
A* est le milieu de [XNa].

(4) Un autre milieu



- Notons B', C' les milieux resp. de [CA], [AB]
et S le point d'intersection de (AD') et (B'C').

- **Conclusion :** (B'C') étant la droite des milieux de ABC, S milieu de [UNa].

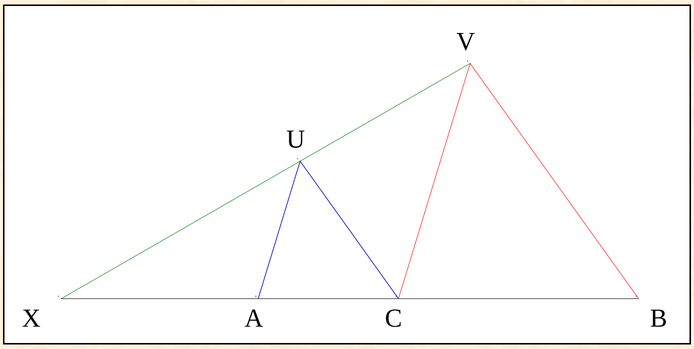
(5) Le résultat de J. C. Boubals [10]: Na est le centre du triangle antimédian de ABC ;
en conséquence, I est le point de Nagel du triangle médian A'B'C'.

2. Deux dents de scie

[10] Ayme J.-L., Le cercle de Fuhrmann, G.G.G. vol. **5** p. 4 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme

VISION

Figure :



Traits : [AB] un segment,
C un point de [AB],
U, V deux points situés dans le même demi plan de frontière (AB) tels que (UA) soit parallèle à (VC)
et X le point d'intersection de (UV) et (AB).

Donné : (UC) est parallèle à (VB) *si, et seulement si,* [11] $XC^2 = XA.XB$.

VISUALISATION NÉCESSAIRE

- D'après Thalès "Rapports", $\frac{XC}{XB} = \frac{XU}{XV}$ et $\frac{XU}{XV} = \frac{XA}{XC}$.
- Par transitivité de la relation =, $\frac{XC}{XB} = \frac{XA}{XC}$.
- **Conclusion :** $XC^2 = XA.XB$.

VISUALISATION SUFFISANTE

- Nous avons : $XC^2 = XA.XB$ i.e. $\frac{XC}{XB} = \frac{XA}{XC}$.
- D'après Thalès "Rapports", $\frac{XA}{XC} = \frac{XU}{XV}$;

  par transitivité de la relation =, $\frac{XC}{XB} = \frac{XU}{XV}$.
- **Conclusion :** d'après Thalès "Rapports", (UC) est parallèle à (VB).

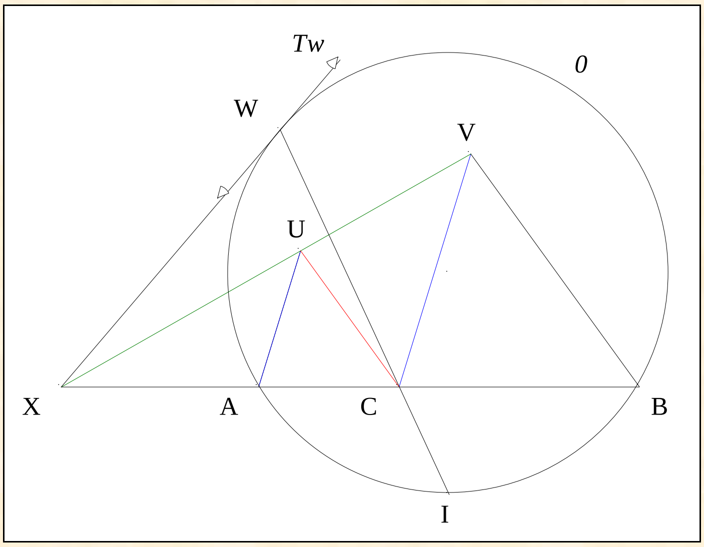
Scolie : la figure formée par les triangles UAC et UCB rappelle deux dents d'une scie

[11] Ayme J.-L. (30/07/2005)

3. Deux dents de scie et une tangente

VISION

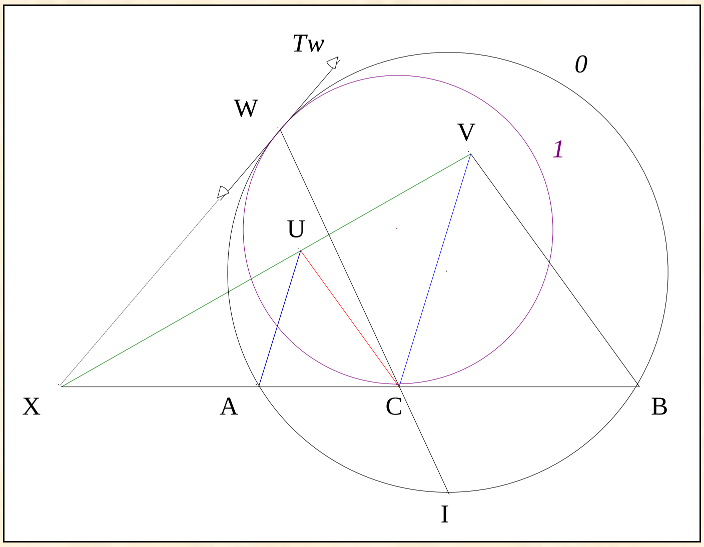
Figure :



Traits :	[AB]	un segment,
	C	un point de [AB],
	U, V	deux points situé dans le même demi plan de frontière (AB) tels que (UA) soit parallèle à (VC),
	X	le point d'intersection de (UV) et (AB),
	0	un cercle passant par A et B,
	I	le milieu de l'arc AB situé dans l'autre demi plan,
	W	le second point d'intersection de (IC) avec *0*
et	*Tw*	la tangente à *0* en W.

Donné : (UC) est parallèle à (VB) *si, et seulement si,* *Tw* passe par X.

VISUALISATION NÉCESSAIRE



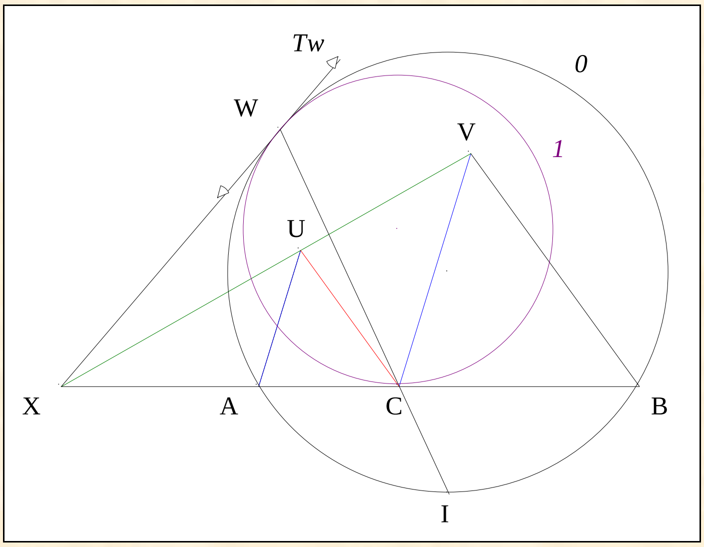
- Notons *1* le cercle tangent resp. à (AB) en C, *0* en W. [12]

- D'après **B. 2.** Deux dents de scie, $XC^2 = XA.XB$.

- X ayant la même puissance par rapport à *0* et *1*, est sur l'axe radical de *0* et *1* i.e. sur *Tw*.

- **Conclusion :** *Tw* passe par X.

VISUALISATION SUFFISANTE



- X étant sur l'axe radical *Tw* de *0* et *1*, $XC^2 = XA.XB$.

- **Conclusion :** d'après **B. 2.** Deux dents de scie, (UC) est parallèle à (VB).

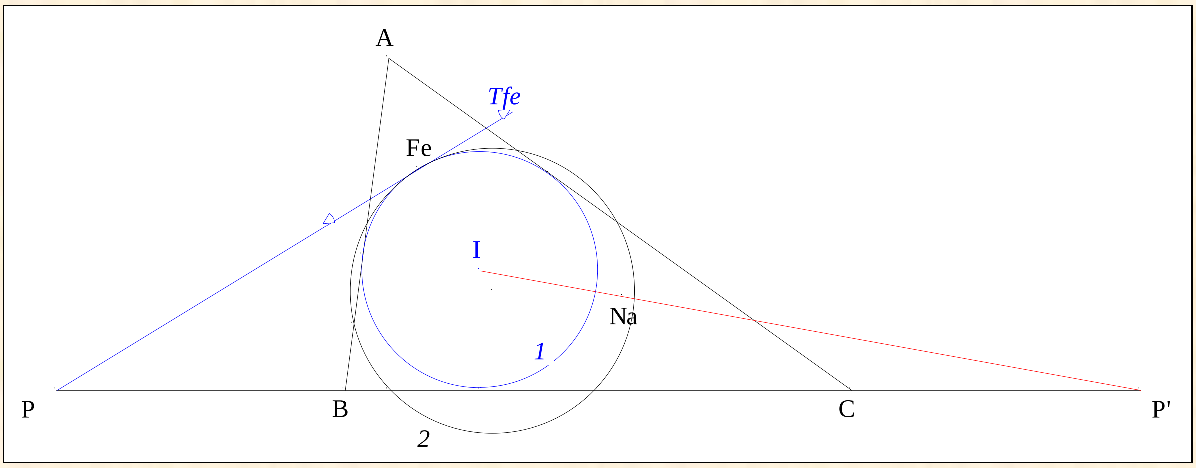
---

[12] Ayme J.-L., Strange theorem about circles, G.G.G. vol. **10**, p. 2-3 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme

C. LA PREUVE

VISION

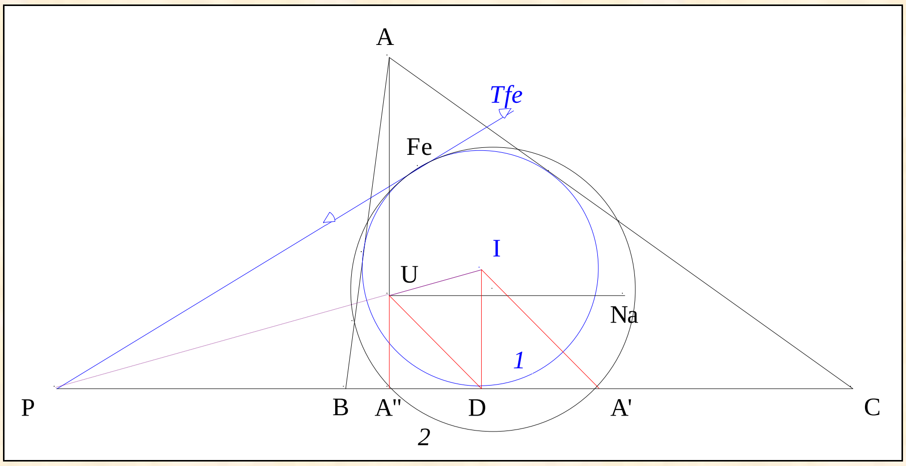
Figure :



Traits :	ABC	un triangle,
	1	le cercle inscrit de ABC,
	I	le centre de *1*,
	2	le cercle d'Euler de ABC,
	Fe	le point de Feuerbach de ABC
	Na	le point de Nagel de ABC,
	Tfe	la tangente à *1* en Fe
et	P, P'	les points d'intersection de (BC) resp. avec *Tfe*, (INa).

Donné : P et P' sont isotomiques [13] relativement à [BC].

VISUALISATION



- Notons

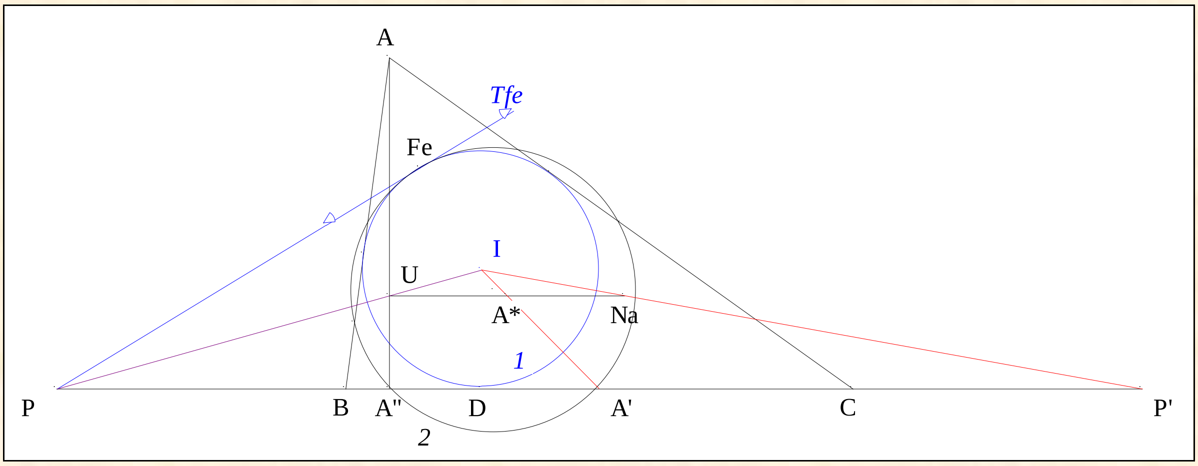
	A'	le milieu de [BC],
	A"	le pied de la A-hauteur de ABC,
	U	le pied de la perpendiculaire abaissée de Na sur (AA")
et	D	le point de contact de *1* avec (BC).

13 i.e. P et P' sont symétriques par rapport au milieu de [BC]

- **Scolies :** **(1)** A' est sur *2*
  (2) (AUA") // (ID).

- D'après **B. 1.** Deux segments égaux, scolie, (UD) // (IA') ;
  en conséquence, les triangles UA"D et IDA' sont homothétiques.

- D'après **B. 2.** Deux dents de scie et une tangente, (IU) passe par P.



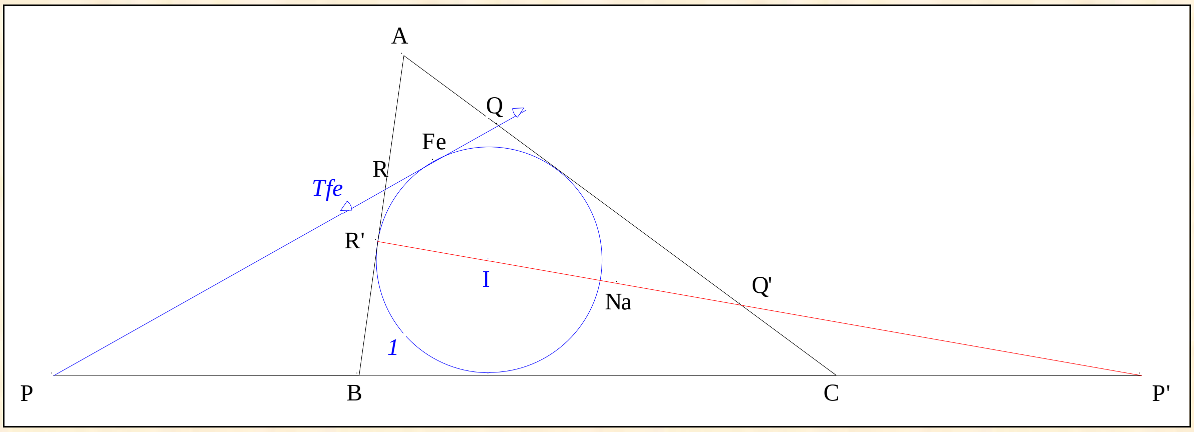
- Notons A* le point d'intersection de (A'I) et (XNa).

- D'après **B. 1.** Deux segments égaux, scolie **3**, A* est le milieu de [XNa].

- Le quadrilatère PP'NaU étant un trapèze, A' est le milieu de [PP'].

- **Conclusion :** P et P' sont isotomiques relativement à [BC].

Scolie : vision triangulaire



- Notons Q, R les points d'intersection de *Tfe* resp. avec (CA), (AB).
  et Q', R' les points d'intersection de (INa) resp. avec (CA), (AB).

- Mutatis mutandis, nous montrerions que Q et Q' sont isotomiques relativement à [CA]
  R et R' sont isotomiques relativement à [AB].

- **Conclusion :** (INa) est "la ménélienne isotomique de *Tfe* relativement à ABC".

Énoncé traditionnel :

la tangente de Feuerbach d'un triangle
est
la ménélienne isotomique de la seconde droite d'Euler
relativement à ce triangle.

D. VICTOR THÉBAULT

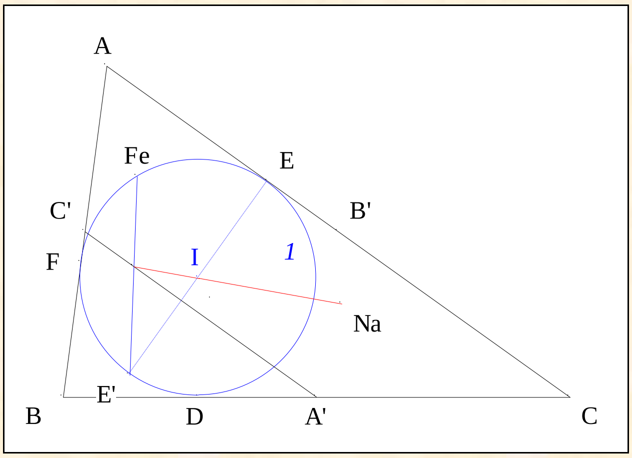
ET

LES DROITES D'AMÉDÉE MANNHEIM

1. Le résultat

VISION

Figure :



Traits : ABC un triangle,
A'B'C' le triangle médian de ABC
1 le cercle inscrit de ABC,
I le centre de *1*,
DEF le triangle de contact de ABC,
E' l'antipôle de E relativement à *1*,
Fe le point de Feuerbach de ABC
et Na le point de Nagel de ABC.

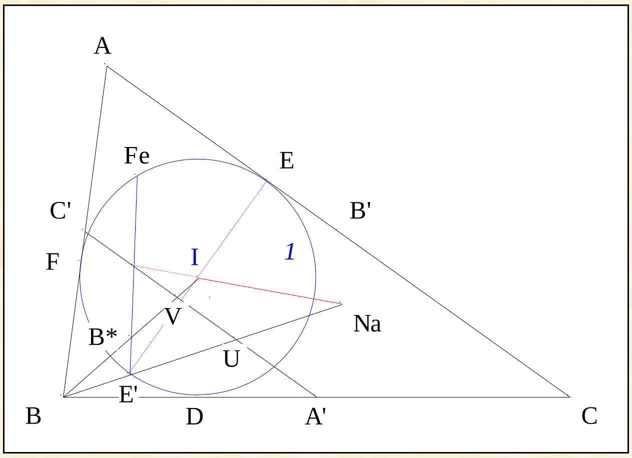
Donné : (E'Fe) et (A'C') se coupent sur (INa). [14]

VISUALISATION [15]

---

14 Thébault V., Sur le point de Feuerbach, *Nouvelles annales de mathématiques* **4**e série, tome **14** (1914) 106-119 ;
http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=NAM&sl=0
Toying again with Feuerbach point, AoPS du 26/05/2013 ;
http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=535766

15 Elle s'inspire de celle de l'ingénieur-pétrole Luis Gonzalez (Vénézuela)



- Notons B* le milieu de [BI],
  et U, V les points d'intersection de (A'C') resp. avec (BNa), (BI).

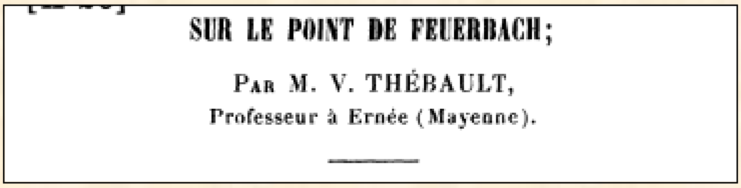
- **Scolies :** **(1)** (E'B*Fe) est "la B-droite de Mannheim de ABC" [16]

  (2) d'après **F. 2.**, les quaternes (B, U, E', Na) et (B, V, B*, I) sont égales.

- Ces deux quaternes étant égales et ayant le terme B en commun,
  (UV), (E'B*) et (NaI) sont concourantes.

- **Conclusion :** (A'C') et (E'Fe) se coupent sur (INa).

2. Archive


SUR LE POINT DE FEUERBACH;

PAR M. V. THÉBAULT,

Professeur à Ernée (Mayenne).

[16] Canon, Démonstration de la construction trouvée par Hamilton pour déterminer le point où le cercle des neuf points d'un triangle touche le cercle inscrit,
Nouvelles annales de mathématiques, journal des candidats aux écoles polytechnique et normale, Sér. **4, 3** (1903) 13-15 ;
http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=NAM&sl=0
Ayme J.-L., Les droites de Hamilton, Mannheim et Fontené, G.G.G. vol. , p. 24 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme
Ayme J.-L., Symétrique de (OI) par rapport au triangle de contact, G.G.G. vol. **4,** p. 16 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme

Mannheim, qui fit cette remarque après sa démonstration de la construction d'Hamilton (*Nouvelles Annales*, 1903), en déduisit la construction suivante de φ (*Bulletin des Sciences mathématiques et physiques élémentaires*, décembre 1912, question 1200) :

La droite qui joint le point D′ *diamétralement opposé au contact* D, *sur le cercle inscrit, au milieu de* AI, *coupe le cercle inscrit au point où celui-ci est touché par le cercle des neuf points du triangle* ABC.

$D'\varphi$ qui est en effet perpendiculaire sur $D\varphi$ est parallèle à IK (*fig.* 1) et rencontre par suite KA en γ tel que

$$K\gamma = ID' = A\gamma,$$

γ étant milieu de AK. $D'\varphi$ est alors diagonale du parallélogramme $A\gamma ID'$ et passe au milieu α de AI.

Joignons φ aux milieux A_1, B_1, C_1 des côtés du triangle ABC (*fig.* 3). Les longueurs φA_1, φB_1, φC_1 sont respectivement en fonction des côtés et des rayons des cercles inscrit et circonscrit :

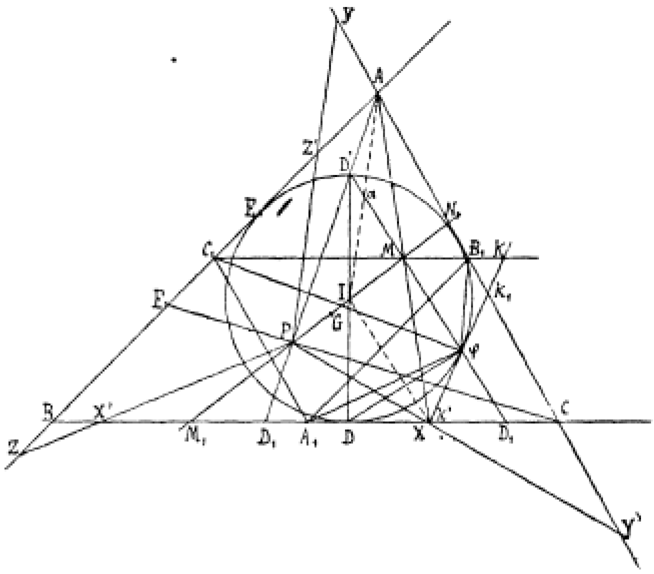
$$\varphi A_1 = \frac{b-c}{2}\sqrt{1-\frac{2r}{R}},$$

$$\varphi B_1 = \frac{a-c}{2}\sqrt{1-\frac{2r}{R}},$$

$$\varphi C_1 = \frac{a-b}{2}\sqrt{1-\frac{2r}{R}}.$$

$D'\alpha$ est bissectrice intérieure de l'angle $B_1\varphi C_1$, et le

Fig. 3.



point d'intersection M avec B_1C_1 est tel que

$$(1) \qquad \frac{B_1M}{MC_1} = \frac{\varphi B_1}{\varphi C_1} = \frac{AP}{QA} = \frac{a-c}{a-b}.$$

De même la droite analogue $\varphi F'$ rencontre C_1A_1 en N, et

$$(2) \qquad \frac{A_1N}{NC_1} = \frac{\varphi A_1}{\varphi C_1} = \frac{c-b}{a-b};$$

(116)

d'où l'on tire, en additionnant (1) et (2),

$$\frac{B_1M}{MC_1} + \frac{A_1N}{NC_1} = 1,$$

ce qui, d'après une propriété connue, nous indique que MN contient G, point de concours des médianes de $A_1B_1C_1$, c'est-à-dire de ABC.

Les triangles $A_1B_1C_1$ et ABC étant semblables, le centre de similitude étant G,

$$\frac{B_1M}{MC_1} = \frac{BM_1}{M_1C} = \frac{a-c}{a-b} \quad \text{et} \quad \frac{A_1N}{NC_1} = \frac{AN_1}{N_1C} = \frac{c-b}{a-b}.$$

Les points M_1, N_1 sont donc les intersections de la droite IG, qui joint le centre du cercle inscrit au point de concours des médianes, avec les côtés AC et CB. D'où cette intéressante propriété des droites de Mannheim, $D'\alpha$, $E'\gamma$, $F'\beta$, que nous croyons nouvelle :

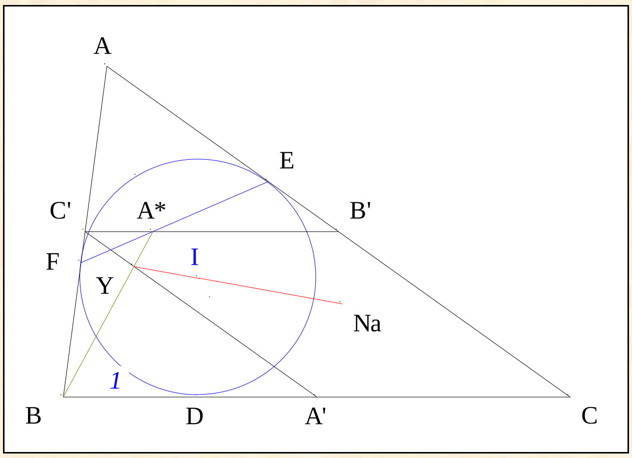
Les droites de Mannheim rencontrent les côtés du triangle formé en joignant les milieux A_1, B_1, C_1, *des côtés du triangle* ABC, *en trois points qui sont situés sur la droite* IG *joignant le centre du cercle inscrit au point de concours des médianes.*

[17]

E. UN RÉSULTAT DE L'AUTEUR

VISION

Figure :

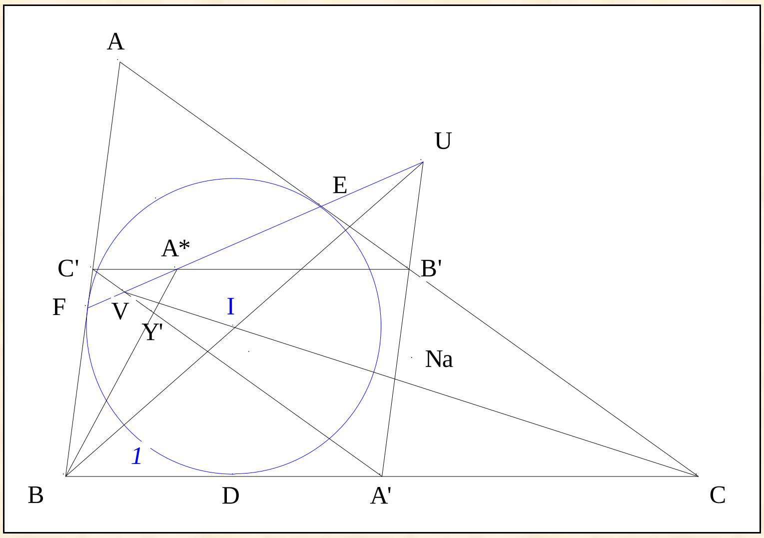


[17] V. Thébault, Sur le point de Feuerbach, *Nouvelles Annales de mathématiques* **4**e série, tome **14** (1914) 106-119 ; http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=NAM&sl=0

Traits : ABC un triangle,
A'B'C' le triangle médian de ABC,
1 le cercle inscrit à ABC,
I le centre de *1*,
DEF le triangle de contact de ABC,
A* le point d'intersection de (B'C') et (EF),
Na le point de Nagel de ABC
et Y le point d'intersection de (INa) et (A'C').

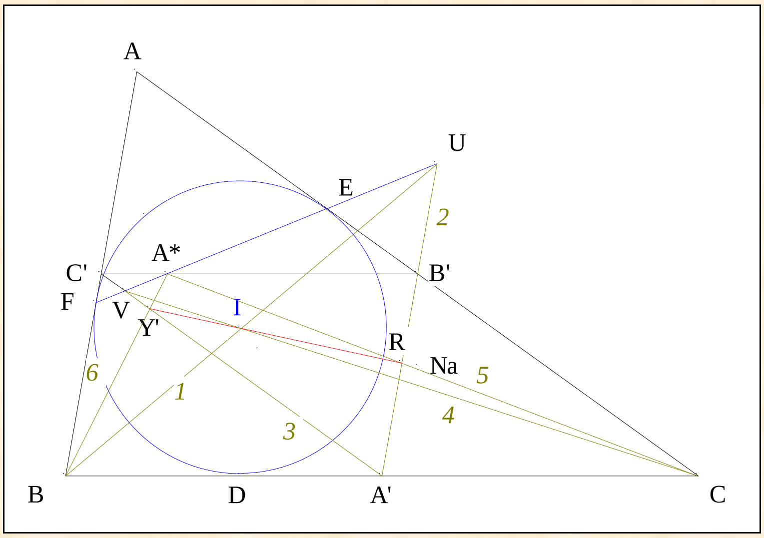
Donné : B, A* et Y sont alignés. [18]

VISUALISATION



- Notons U, V les points d'intersection de (EF) resp. avec (A'B'), (A'C')
  et Y' le point d'intersection de (A*B) et (A'C').

- D'après "An unlikely concurrence "[19], (BI) passe par U
  (CI) passe par V.



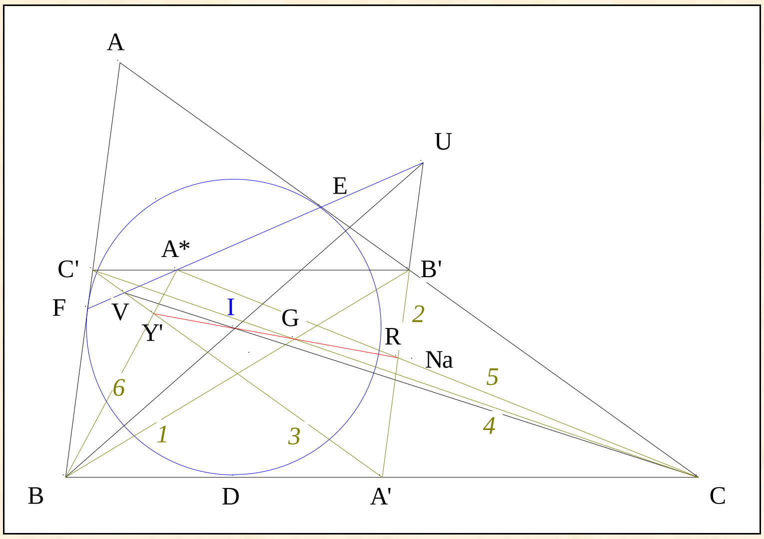
---

[18] Ayme J.-L., Three collinear points, AoPS du 27/05/2013 ;
http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=46&t=535890

[19] Ayme J.-L., An unlikely concurrence, revisited and generalized, G.G.G. vol. **4**, p. 3-7 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme

- Notons R le point d'intersection de (A'U) et (A*C).

- D'après Pappus "La proposition 139" [20]
appliqué à l'hexagone BUA'VCA* inscrit entre (BC) et (EF), I, R et Y' sont alignés.

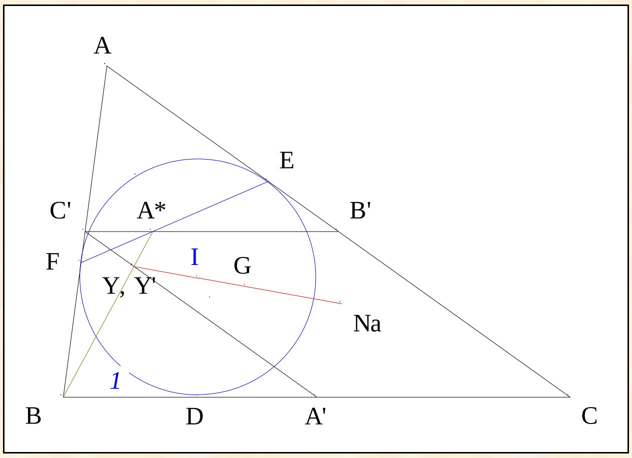


- Notons G le point d'intersection de (BB') et (CC').

- **Scolies :** **(1)** G est le point médian de ABC

  (2) I, G et Na sont alignés [21]

- D'après Pappus "La proposition 139"
appliqué à l'hexagone BB'A'C'CA* inscrit entre (BC) et (B'C'), G, R et Y' sont alignés ;
d'après l'axiome d'incidence **Ia**, I, R, G, Y' et Na sont alignés.



- **Conclusion :** Y et Y' étant confondus, B, A* et Y sont alignés.

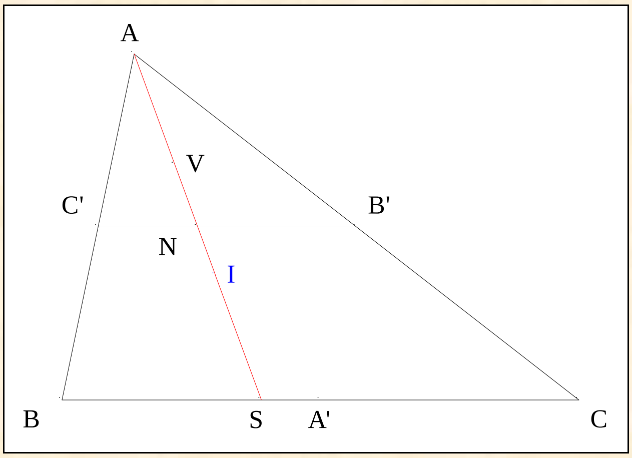
[20] Ayme J.-L., Une rêverie de Pappus, G.G.G. vol. **6**, p. 9-16 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme
[21] Ayme J.-L., Cinq théorèmes de Christian von Nagel, G.G.G. vol. **3**, p. 12-13 ; http://perso.orange.fr/jl.ayme

F. APPENDICE

1. Une égalité

VISION

Figure :



Traits :	ABC	un triangle,
	A'B'C'	le triangle médian de ABC
	I	le centre de ABC,
	N, S	les points d'intersection de (AI) resp. avec (B'C'), (BC),
et	V	le milieu de [AI].

Donné : 2.VN = IS.

VISUALISATION

- Les triangles AC'B' et ABC sont homothétiques ayant pour centre A et pour rapport 2 ;
  il s'en suit que V est le centre de AC'B'.

- **Conclusion :** 2.VN = IS.

Scolie : évaluation du quaterne (A, N, V, I) [22]

* par définition, (A, N, V, I) = VA/VN : IA/IN ;

* par millosité, (A, N, V, I) = VI/VN : 2.IV/IN ;

* par simplification, (A, N, V, I) = IN/2.VN ;

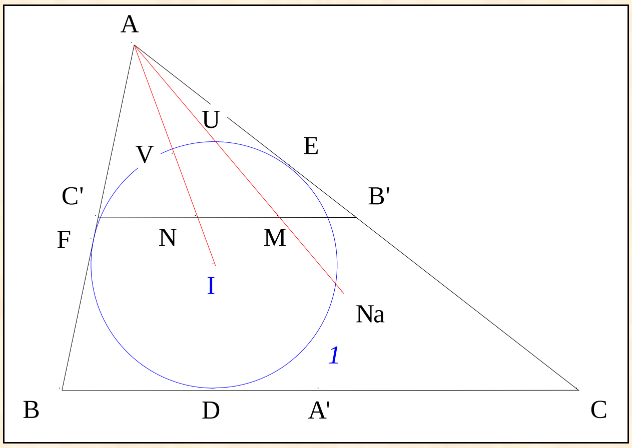
* d'après **F. 1.** (A, N, V, I) = IN/IS.

[22] le troisième terme V est à l'intérieur de [AN], et le quatrième I à l'extérieur de [AN]

2. Deux quaternes égaux

VISION

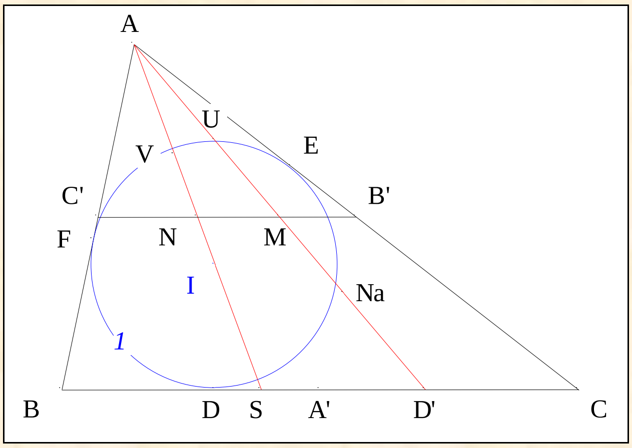
Figure :



Traits : ABC un triangle,
A'B'C' le triangle médian de ABC
1 le cercle inscrit de ABC,
I le centre de *1*,
DEF le triangle de contact de ABC,
U l'antipôle de D relativement à *1*,
Na le point de Nagel de ABC,
M, N les points d'intersection de (B'C') resp. avec (ANa), (AI),
et V le milieu de [AN].

Donné : les quaternes (A, M, U, Na) et (A, N, V, I) sont égales. [23]

VISUALISATION



- Notons D' le symétrique de D par rapport à A'

[23] Thébault V., Sur le point de Feuerbach, *Nouvelles annales de mathématiques* **4**e série, tome **14** (1914) 106-119 ;
http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=NAM&sl=0
Toying again with Feuerbach point, AoPS du 26/05/2013 ;
http://www.artofproblemsolving.com/Forum/viewtopic.php?f=47&t=535766

et S le point d'intersection de (AI) et (BC).

- Par définition du point de Nagel, (ANa) passe par D'.
- Évaluons le quaterne (A, M, U, Na) [24]

  * par définition, (A, M, U, Na) = UA/UM : NaA/NaM ;
  * d'après **B. 1.** (A, M, U, Na) = NaD'/UM : NaA/NaM ;
  * par millosité, (A, M, U, Na) = NaD'/ NaA ;
  * par complémentarité et Thalès, (A, M, U, Na) = IN/IS.

- **Conclusion :** d'après **F. 1.**, les quaternes (A, M, U, Na) et (A, N, V, I) sont égales.

[24] le troisième terme V est à l'intérieur de [AN], et le quatrième I à l'extérieur de [AN]

G. LEXIQUE

FRANÇAIS - ANGLAIS

A	
aligné	collinear
annexe	annex
axiome	axiom
appendice	appendix
a propos	by the way btw
acutangle	acute angle
axiome	axiom
B	
bissectrice	bisector
C	
centre	incenter
centre du cercle circonscrit	circumcenter
cercle circonscrit	circumcircle
cévienne	cevian
colinéaire	collinear
concourance	concurrence
coincide	coincide
confondu	coincident
côté	side
par conséquence	consequently
commentaire	comment
D	
d'après	according to
donc	therefore
droite	line
d'où	hence
distinct de	different from
E	
extérieur	external
F	
figure	figure
H	
hauteur	altitude
hypothèse	hypothesis
I	
intérieur	internal
identique	identical
i.e.	namely
incidence	incidence
L	
lemme	lemma
lisibilité	legibility
M	
médiatrices	perpendicular
bisector	
milieu	midpoint
N	
notons	name
nécessaire	necessary
note historique	historic note
O	
orthocentre	orthocenter
ou encore	otherwise
P	
parallèle	parallel
parallèles entre elles	parallel to each other
parallélogramme	parallelogram
pédal	pedal
perpendiculaire	perpendicular
pied	foot
point de vue	point of view
postulat	postulate
point	point
pour tout	for any
Q	
quadrilatère	quadrilateral
R	
remerciements	thanks
reconnaissance	acknowledgement
respectivement	respectively
rapport	ratio
répertorier	to index
S	
semblable	similar
sens	clockwise in this
order	
segment	segment
Sommaire	summary
symédiane	symmedian
suffisante	sufficient
sommet (s)	vertex (vertice)
T	
trapèze	trapezium
tel que	such as
théorème	theorem
triangle	triangle
triangle de contact	contact triangle
triangle rectangle	right-angle triangle